



MINICURSOS PARA ENSINO MÉDIO

Lista 3 – derivadas e suas aplicações

Professor Lucas David

Propriedades básicas de derivação

Na notação usada abaixo, $f'(x) = df/dx$ [derivada da função f de x com respeito a x]. Nossas considerações são feitas apenas para derivadas de uma variável. Assim, se temos $g(y)$, $g'(y) = dg/dy$, isto é, derivada da função g de y com respeito a y – e analogamente para as outras variáveis.

I. Se $h(x) = f(x) + g(x)$, então $h'(x) = (f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$. Análogo para $h(x) = f(x) - g(x)$.

II. Seja $h(x) = c \cdot f(x)$, onde c é um número real. Então, $h'(x) = (c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$

III. Seja $h(x) = f(x) \cdot g(x)$. Então, $h'(x) = [f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

IV. Seja $h(x) = f(x)/g(x)$, com $g(x) \neq 0$. Então, $h'(x) = [f(x)/g(x)]' = [f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)] / (g^2(x))$

EXERCÍCIOS

1. Calcule as derivadas primeiras das seguintes funções com respeito à variável em questão:

a) $x^2 + \text{sen}(x)$

b) $3x^2 + 5x + 1$

c) $\cos^2(y) - 7y^{1/2}$

d) $A\sin(t) + B\cos(t)$, onde A e B são constantes.

e) $\tan(x)$

f) $\cotang(x)$

g) $\sec(x)$

h) $\operatorname{cosec}(x)$

i) $e^{2x} + \sin^2(x) - \cos^2(x)$

j) $\sin(2x)$

k) $x^2 \cdot \sin(x) \cdot e^x$

l) $\frac{x^2 \cdot \sin(x)}{e^x}$

m) $\frac{\cos(x)}{x \cdot e^x}$

n) $\sec(x) - \tan(x)$

o) $\left(\frac{e^x}{\tan(x)}\right)^2$

2. A robotic vehicle, or rover, is exploring the surface of Mars. The landing craft is the origin of coordinates, and the surroundings Martian surface lies in the xy-plane. The rover, which we represent as a point, has x- and y-coordinates that vary with time:

$$x = 2.0 \text{ m} - (0.25 \text{ m/s}^2)t^2$$

$$y = (1.0 \text{ m/s})t + (0.025 \text{ m/s}^3)t^3$$

a) Find the rover's coordinates and its distance from the lander at $t = 2.0$ s.

b) Find the rover's displacement and average velocity vectors during the interval from $t = 0.0$ s to $t = 2.0$ s.

c) Derive a general expression for the rover's instantaneous velocity vector. Express the instantaneous velocity at $t = 2.0$ s in component form and also in terms of magnitude and direction.

3. Calcular o valor da derivada da função $f(x) = \frac{1}{x^2} + e^{-x} + \sec^2(x)$, quando $x_0 = \pi/4$.
4. Provar que se $f(x) = x^n$, $f'(x) = n \cdot x^{n-1}$.
5. Provar que $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$, admitindo que existem $f'(x)$ e $g'(x)$.
6. Provar que $[f(x)/g(x)]' = [f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)]/[g^2(x)]$, admitindo que existem $f'(x)$ e $g'(x)$, e que $g(x) \neq 0$.