São Paulo, 23 de Janeiro 2021

OSCILADORES LINEARES E NÃO LINEARES REVELAM A FÍSICA DE ONDAS E SÓLITONS

GRUPO 5: CAMILLA MENDES, KLAUS ZIELKE, LUCAS GARCIA E MATHEUS GALLERANI
ORIENTADOR: **JOÃO PEDRO S. PIRES**

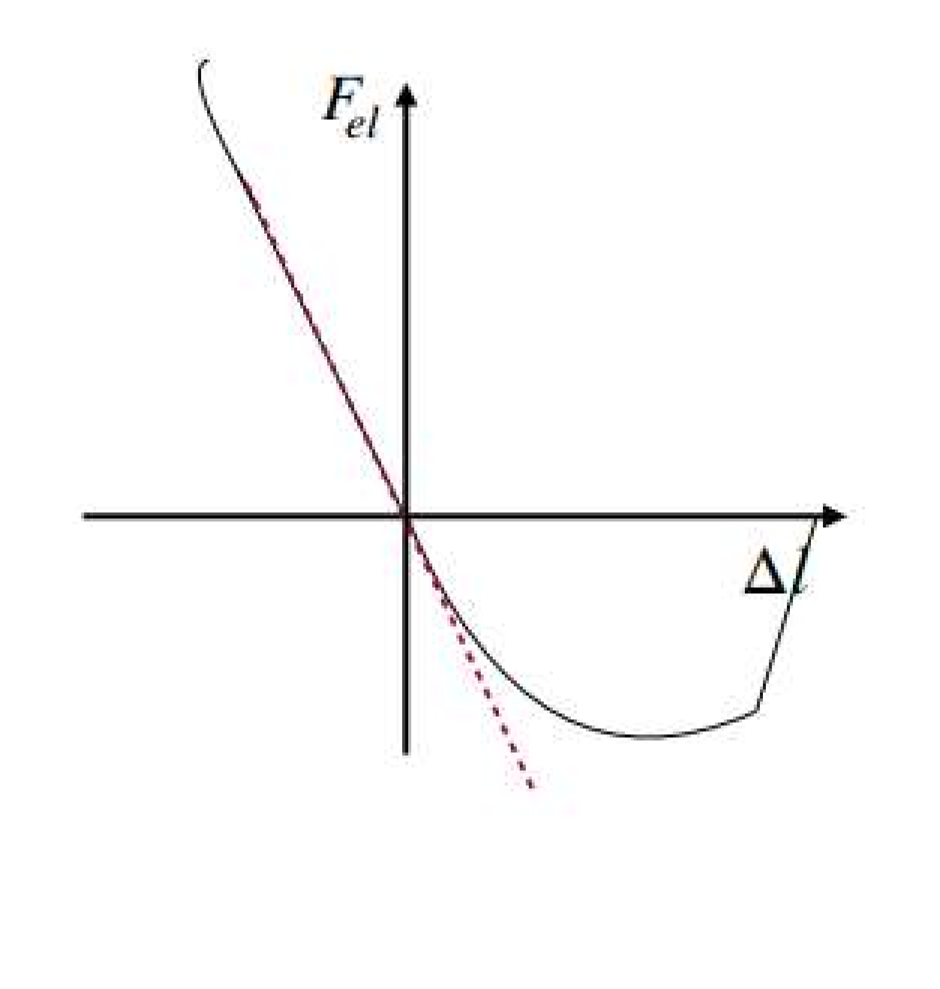
TÓPICOS

Camilla Mendes;
Klaus Zielke;
Lucas Garcia;
Matheus Gallerani
Orientador: **João Pedro S. Pires**

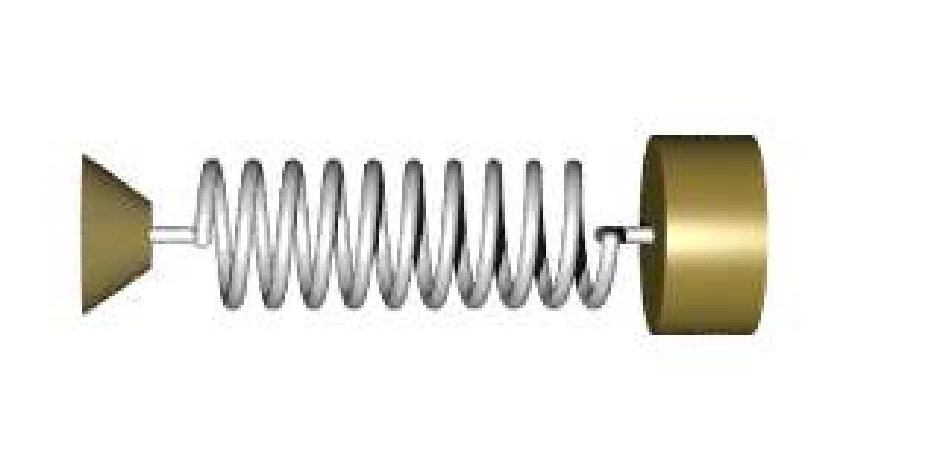
- 1) Forças Lineares e Não Lineares
- 2) Oscilador Harmônico (Solução Analítica)
- 3) Caso não Linear e Método de Euler
- 4) Oscilador Linear e Não Linear (Representações de Movimento)
- 5) Conservação de Energia no Caso Linear e Não Linear
- 6) Osciladores Acoplados (2 Massas)
- 7) Cadeias de Massas Acopladas por Molas
- 8) Ondas Propagantes e Dispersão Espectral
- 9) Fenómeno de Autofocagem e Sólitons
- 10) Conclusão

FORÇAS LINEARES E NÃO LINEARES

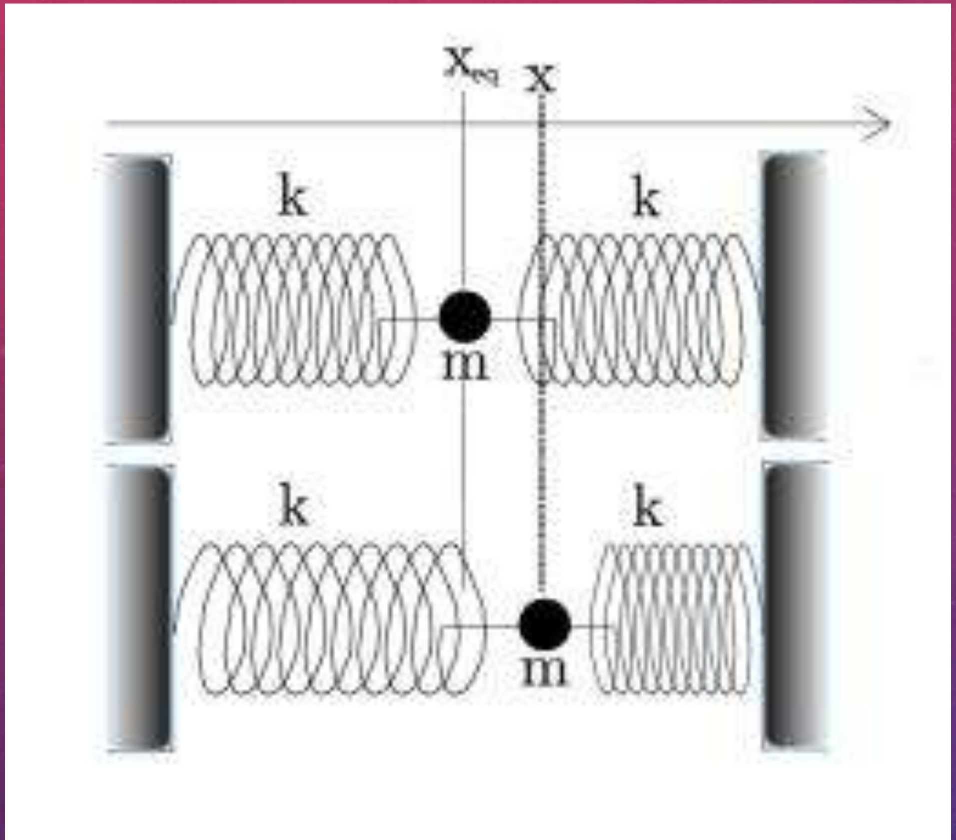
Camilla Mendes;
Klaus Zielke;
Lucas Garcia;
Matheus Gallerani
Orientador: **João Pedro S. Pires**



$$F = -k\Delta l - b\Delta l^2 + \ldots$$



OSCILADOR HARMÔNICO



$$F_T = F_d + F_e$$

$$\Delta l = x - x_{eq}$$

$$F_T = -k(x - x_{eq}) - k(x - x_{eq}) = -2k(x - x_{eq})$$

$$F = \frac{dp}{dt} = m\frac{d^2}{dt^2}(x - x_{eq})$$

$$\frac{d^2}{dt^2}x = -2\frac{k}{m}(x - x_{eq})$$

$$\text{Seja } \hat{x} = x - x_{eq}$$

$$\frac{d^2}{dt^2}\hat{x} = -2\frac{k}{m}\hat{x}$$

$$\text{Testemos } \hat{x}(t) = A sen(\omega t) + B cos(\omega t)$$

$$\frac{d^2}{dt^2}\hat{x}(t) = -\omega^2 \hat{x}(t)$$

$$-\omega^2 = -2\frac{k}{m} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

$$\text{Para } t = 0 \text{ e } \hat{x}(t) = A sen(\omega t) + B cos(\omega t), \text{ temos:}$$

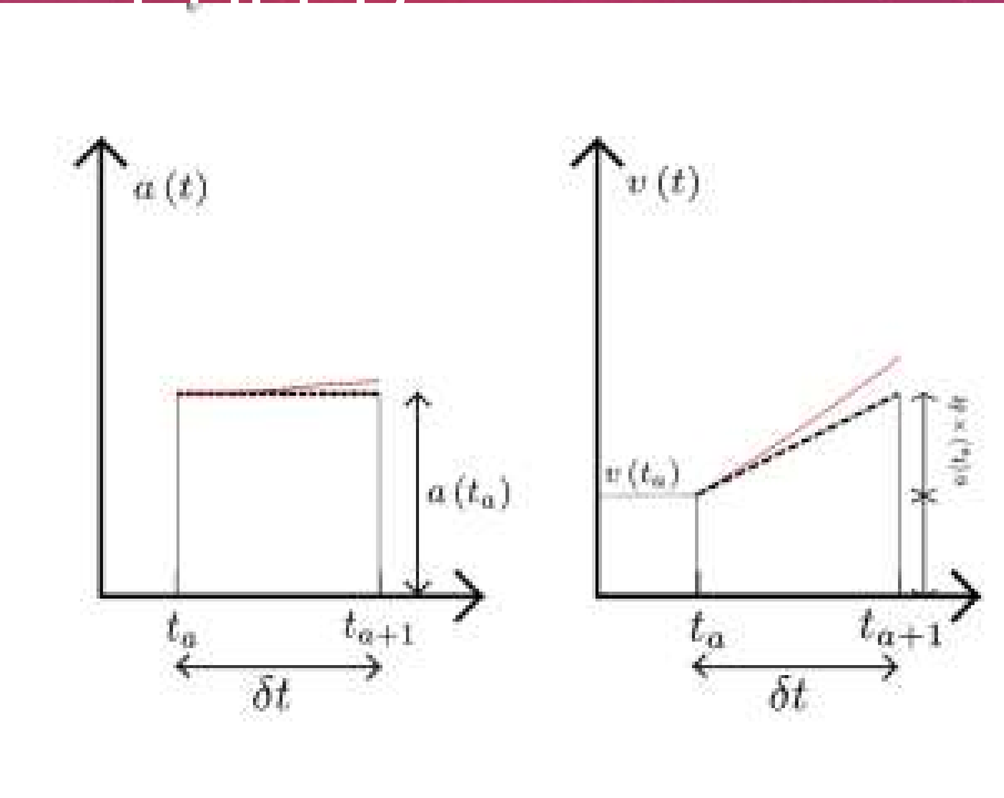
$$\hat{x}(t) = x_0 = A sen(0) + B cos(0) \rightarrow B = x_0$$

$$\text{Para } t = 0 \text{ e } \frac{d}{dt}\hat{x}(t) = \omega(A cos(\omega t) - B sen(\omega t)), \text{ temos:}$$

$$\frac{d}{dt}\hat{x}(t) = v_0 = \omega(A cos(0) - B sen(0)) \rightarrow A = \frac{v_0}{\omega}$$

Camilla Mendes;
Klaus Zielke;
Lucas Garcia;
Matheus Gallerani
Orientador: **João Pedro S. Pires**

LINEAR E MÉTODO DE



$$\frac{d^2}{dt^2}\hat{x} = -2\frac{k}{m}\hat{x}(t) - 2\frac{b}{m}\hat{x}(t)^3$$

$$a_i = -2\frac{k}{m}\hat{x}(t_i) - 2\frac{b}{m}\hat{x}(t_i)^3$$

$$\hat{x}(t_{i+1}) = \hat{x}(t_i) + \hat{v}(t_i) * \delta t + \frac{1}{2}a_i\,\delta t^2$$

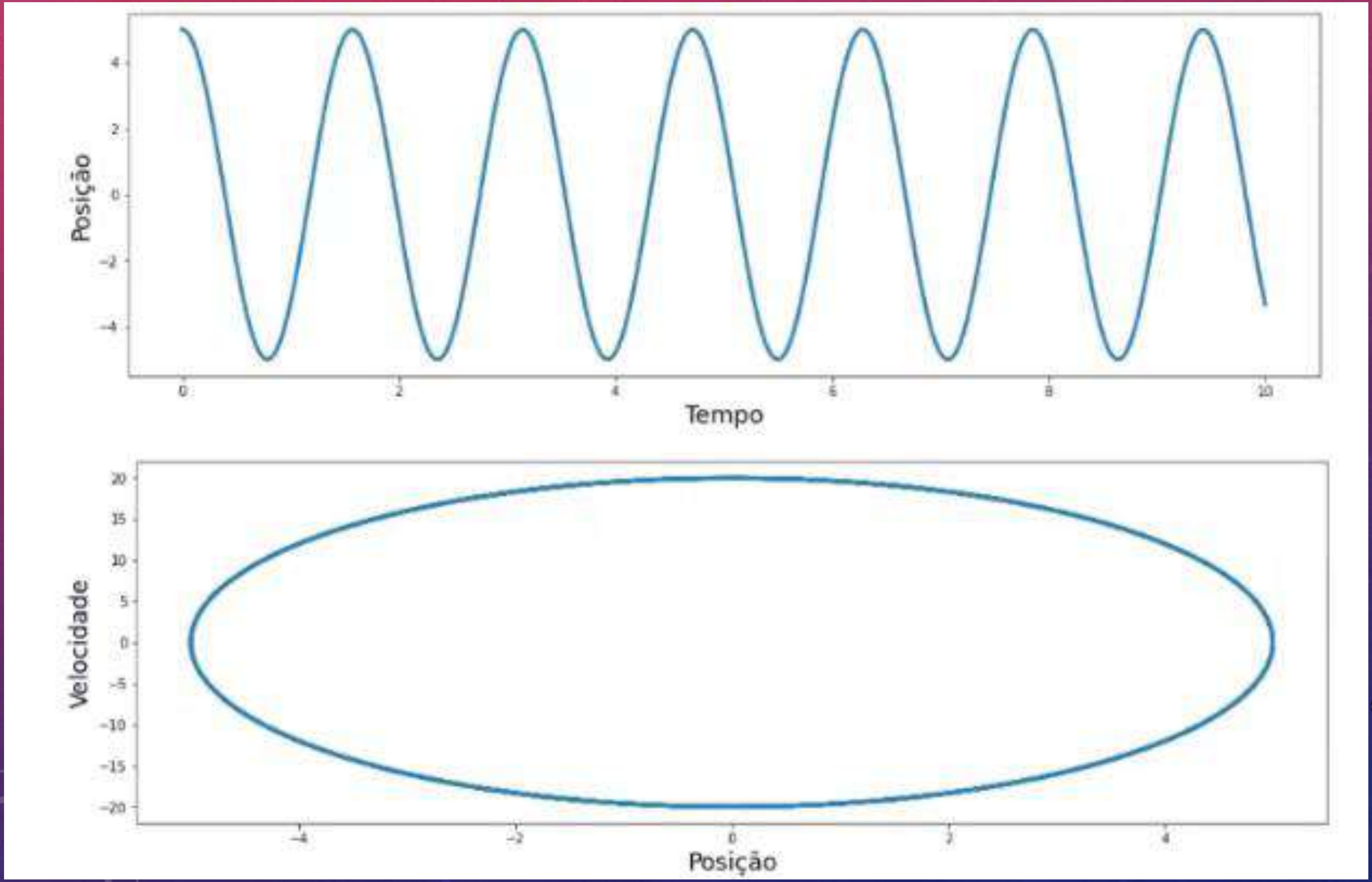
$$\hat{v}(t_{i+1}) = \hat{v}(t_i) + a_i * \delta t$$

$$\hat{x}(t_{i+1}) = \hat{x}(t_i) + \hat{v}(t_i) * \delta t - \frac{1}{2}\left(2\frac{k}{m}\hat{x}(t_i) + 2\frac{b}{m}\hat{x}(t_i)^3\right)\delta t^2$$

$$v(t_{i+1}) = v(t_i) - \left(2\frac{k}{m}\hat{x}(t_i) + 2\frac{b}{m}\hat{x}(t_i)^3\right)\delta t$$

Camilla Mendes;
Klaus Zielke;
Lucas Garcia;
Matheus Gallerani
Orientador: **João Pedro S. Pires**

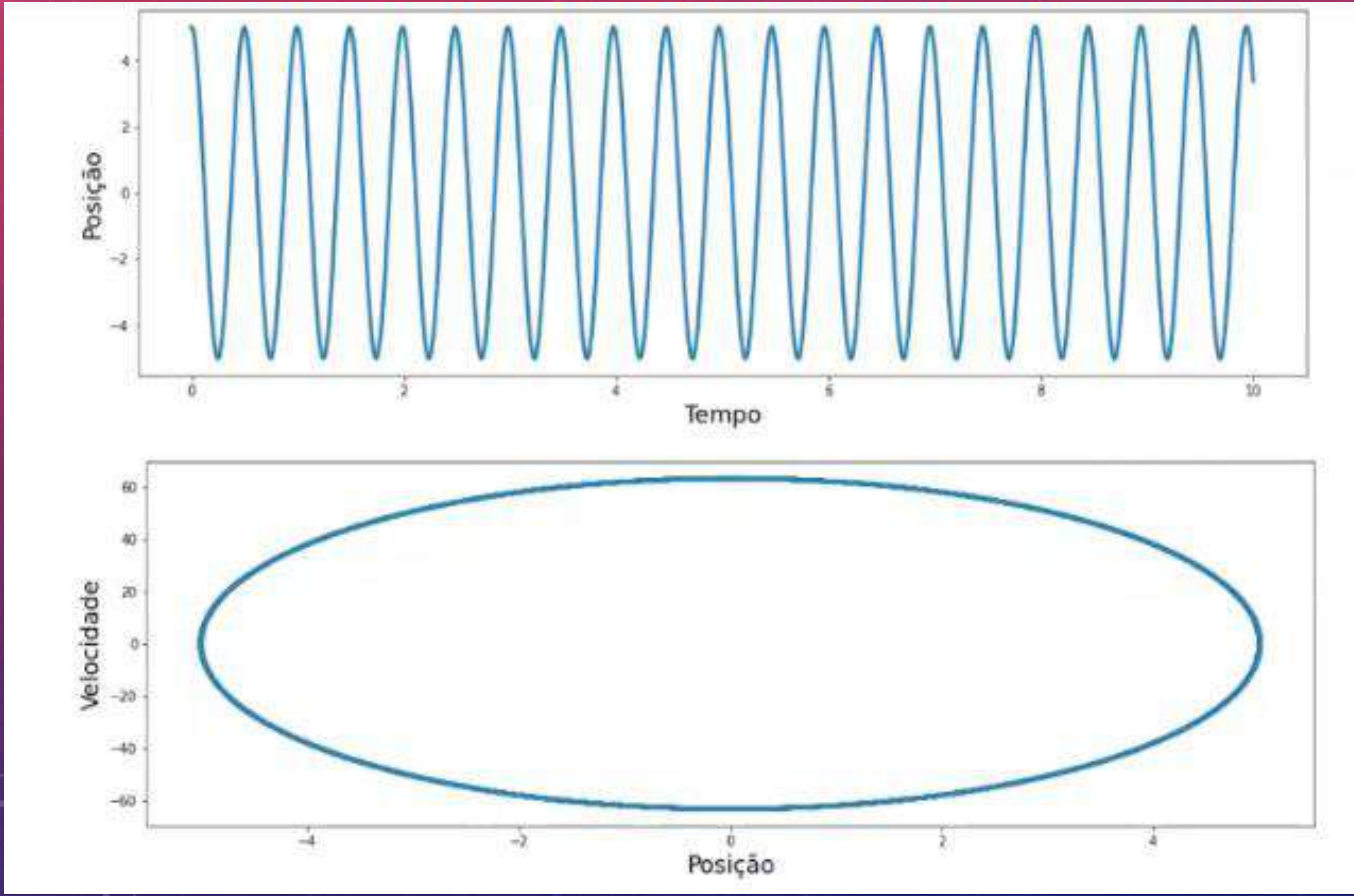
OSCILADOR LINEAR



$$k = 4.0$$
$$m = 2.0$$
$$x_0 = 5$$

Camilla Mendes;
Klaus Zielke;
Lucas Garcia;
Matheus Gallerani
Orientador: **João Pedro S. Pires**

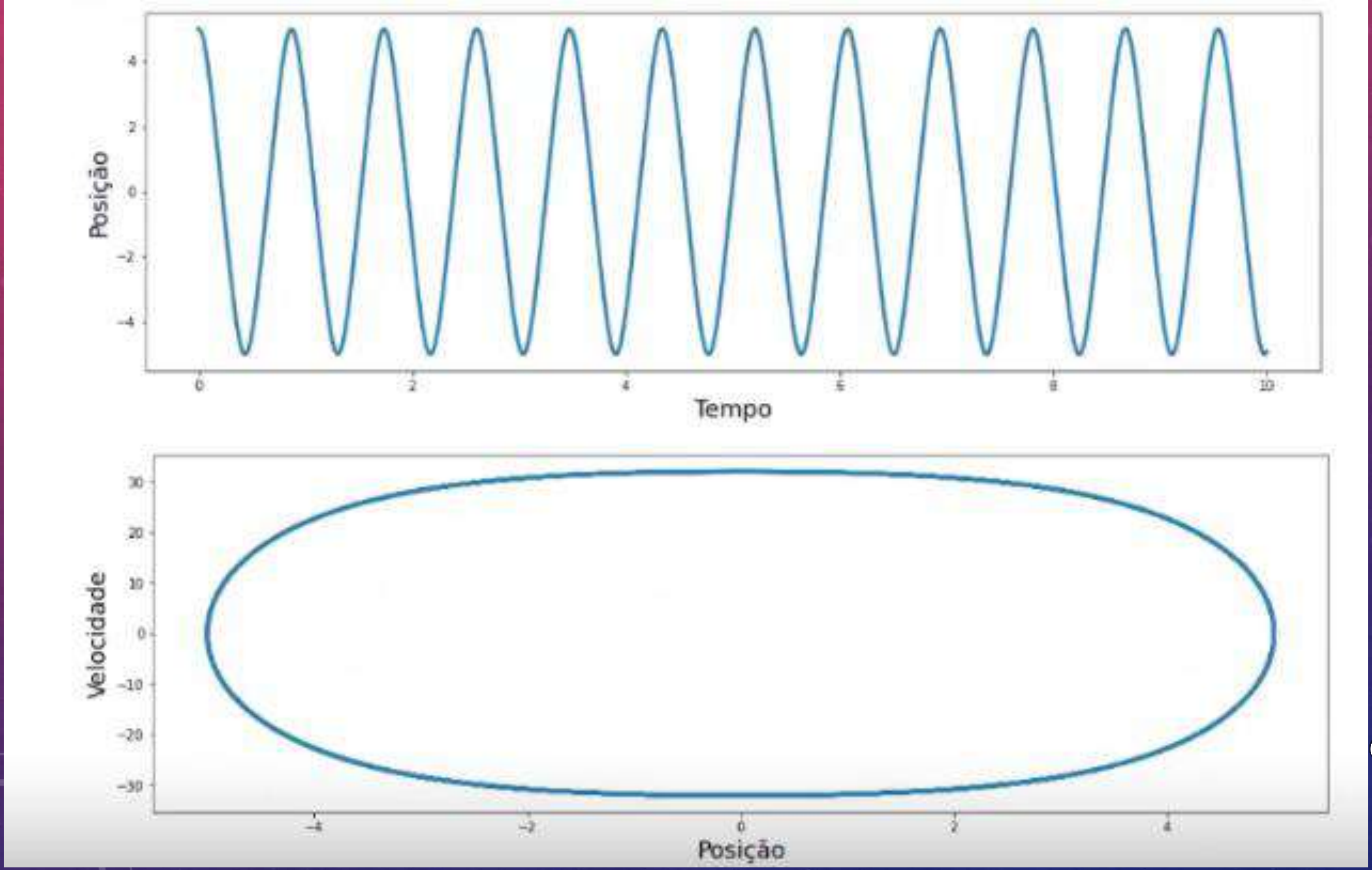
OSCILADOR LINEAR



$$k = 40.0$$
$$m = 2.0$$
$$x_0 = 5$$

Camilla Mendes;
Klaus Zielke;
Lucas Garcia;
Matheus Gallerani
Orientador: **João Pedro S. Pires**

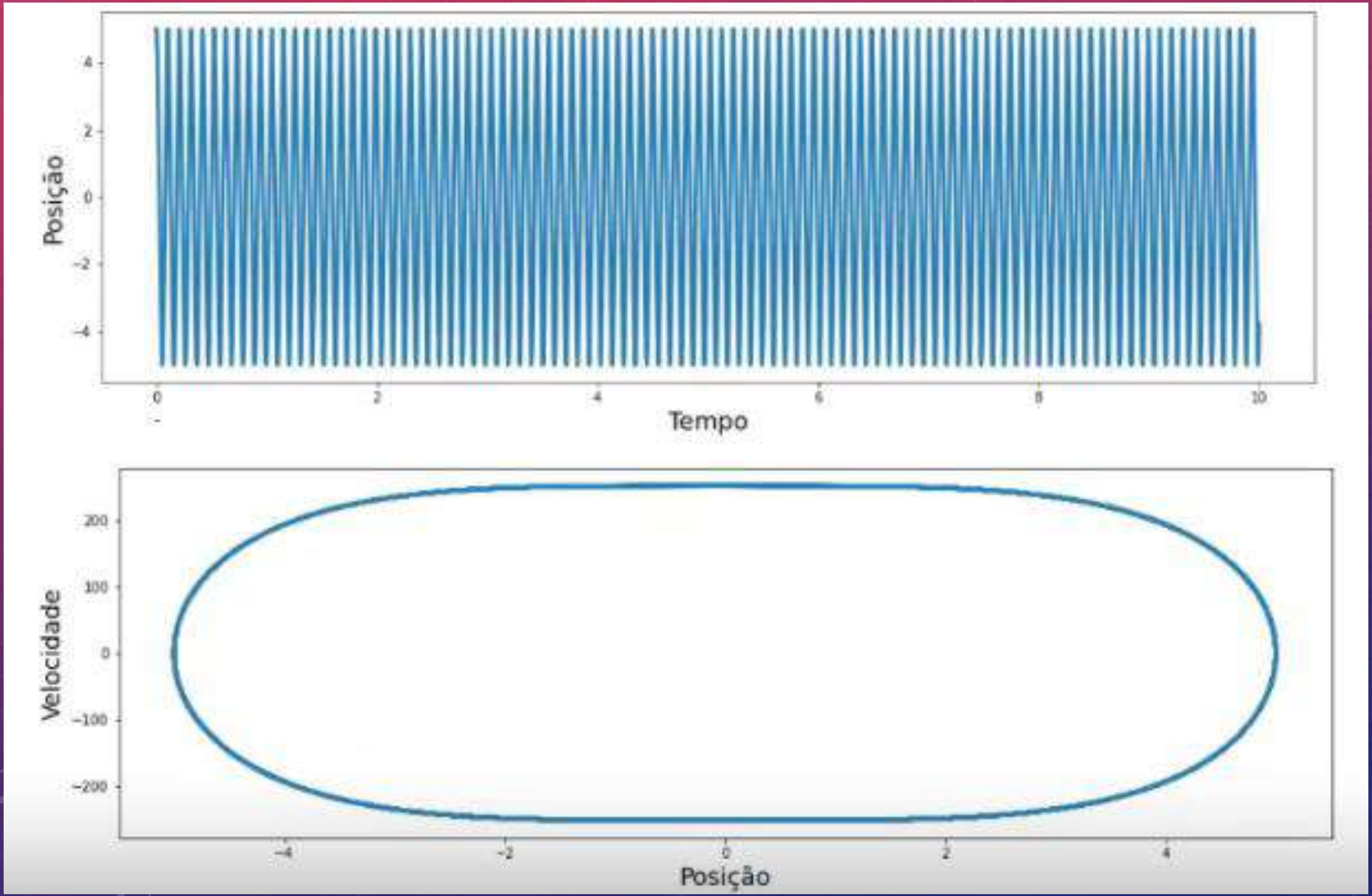
OSCILADOR NÃO LINEAR



$$k = 4.0$$
$$m = 0.5$$
$$x_0 = 5$$
$$b = 0.5$$

Camilla Mendes;
Klaus Zielke;
Lucas Garcia;
Matheus Gallerani
Orientador: **João Pedro S. Pires**

OSCILADOR NÃO LINEAR



$$k = 4.0$$
$$m = 0.5$$
$$x_0 = 5$$
$$b = 50$$

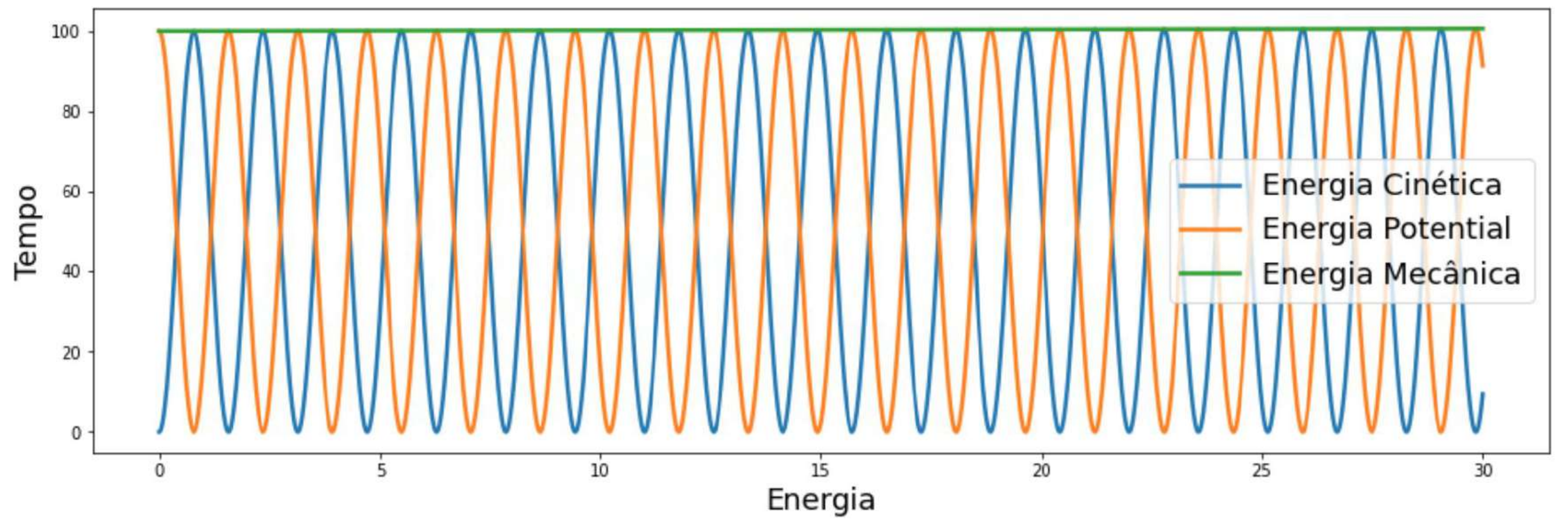
Camilla Mendes;
Klaus Zielke;
Lucas Garcia;
Matheus Gallerani
Orientador: **João Pedro S. Pires**

CONSERVAÇÃO DE ENERGIA NO CASO LINEAR

Camilla Mendes;
Klaus Zielke;
Lucas Garcia;
Matheus Gallerani
Orientador: **João Pedro S. Pires**

$$E_m = \frac{1}{2} m v(t)^2 + k x(t)^2 = \text{constante}$$

$$k = 4.0$$
$$m = 2.0$$
$$x_0 = 5$$

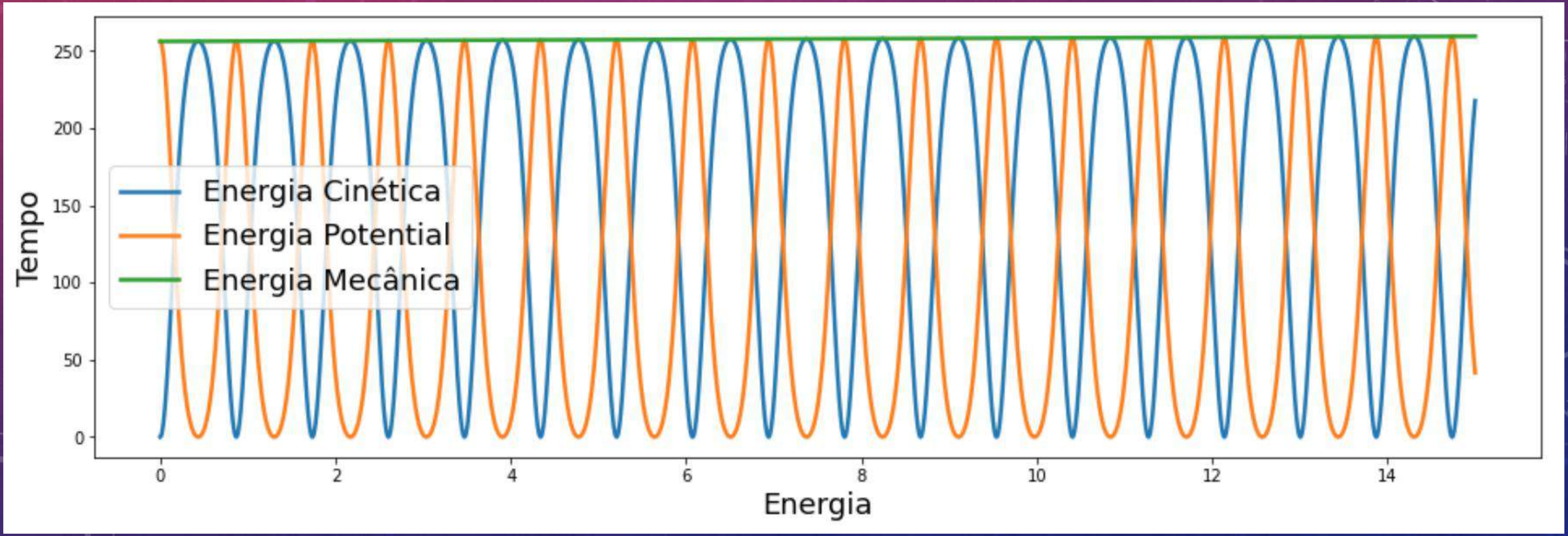


CONSERVAÇÃO DE ENERGIA NO CASO NÃO LINEAR

Camilla Mendes;
Klaus Zielke;
Lucas Garcia;
Matheus Gallerani
Orientador: **João Pedro S. Pires**

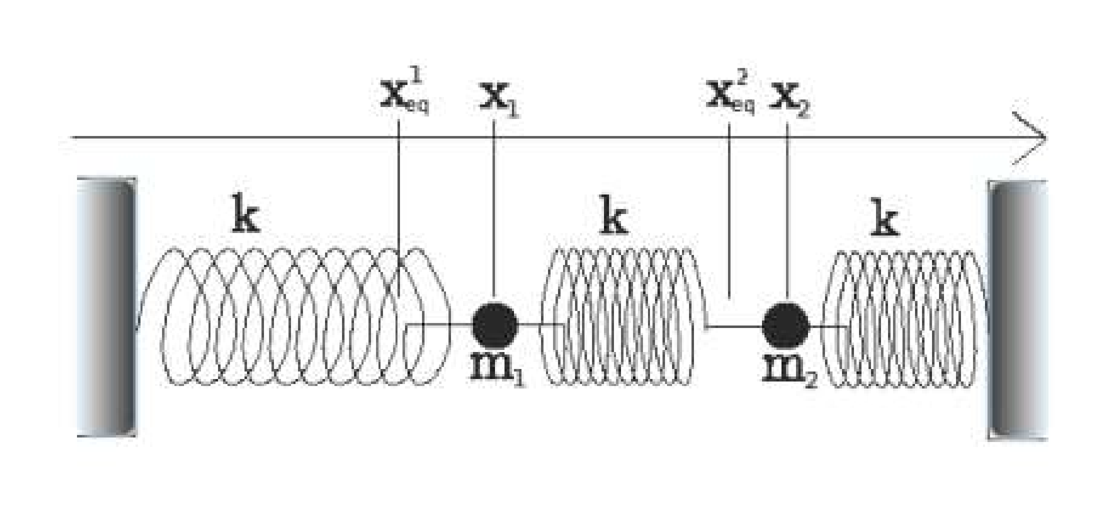
$$E_m = \frac{1}{2}mv(t)^2 + kx(t)^2 + \frac{b}{2}x(t)^4 = \text{constante}$$

k = 4.0
m= 2.0
b = 0.5



OSCILADORES ACOPLADOS

Camilla Mendes;
Klaus Zielke;
Lucas Garcia;
Matheus Gallerani
Orientador: **João Pedro S. Pires**



$$F_1 = -2k\hat{x}_1 + k\hat{x}_2$$

$$F_2 = -2k\hat{x}_2 + k\hat{x}_1$$

$$\frac{d^2\hat{x}_1}{dt^2} = -2\frac{k}{m}\hat{x}_1 + \frac{k}{m}\hat{x}_2 \qquad \hat{x}_1(t=0) = x_1^0$$

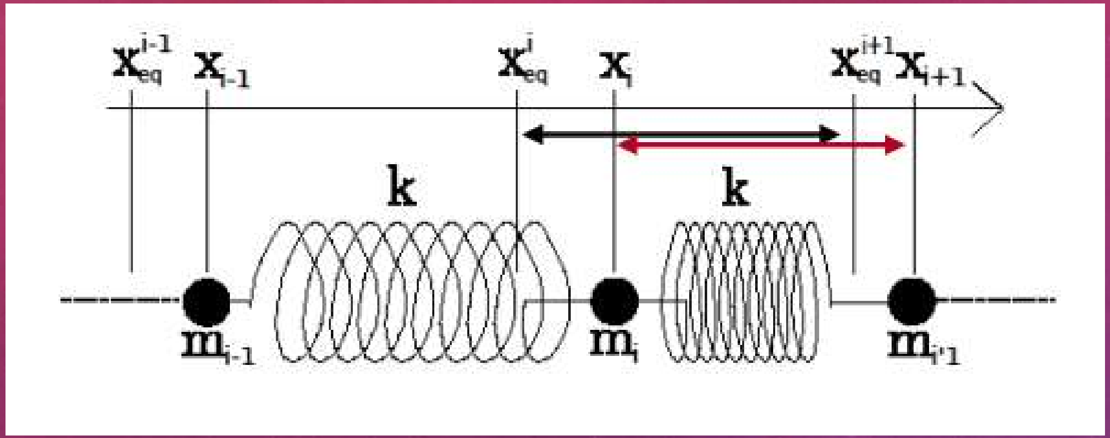
$$\hat{x}_2(t=0) = x_2^0$$

$$\frac{d^2\hat{x}_2}{dt^2} = -2\frac{k}{m}\hat{x}_2 + \frac{k}{m}\hat{x}_1 \qquad \hat{v}_1(t=0) = v_1^0$$

$$\hat{v}_2(t=0) = v_2^0$$

CADEIAS DE MASSAS ACOPLADAS POR MOLAS

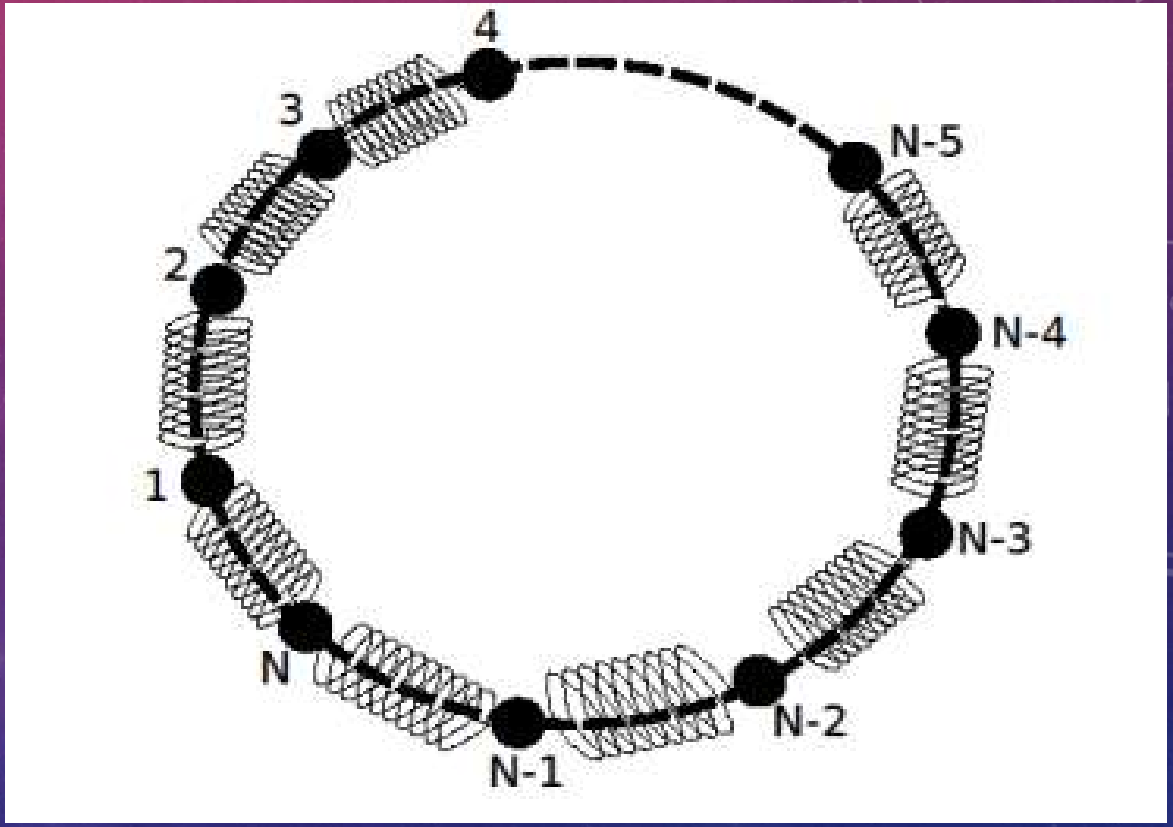
Camilla Mendes;
Klaus Zielke;
Lucas Garcia;
Matheus Gallerani
Orientador: **João Pedro S. Pires**



$$\Delta l_{i,i+1} = -x_i + x_{i+1}$$

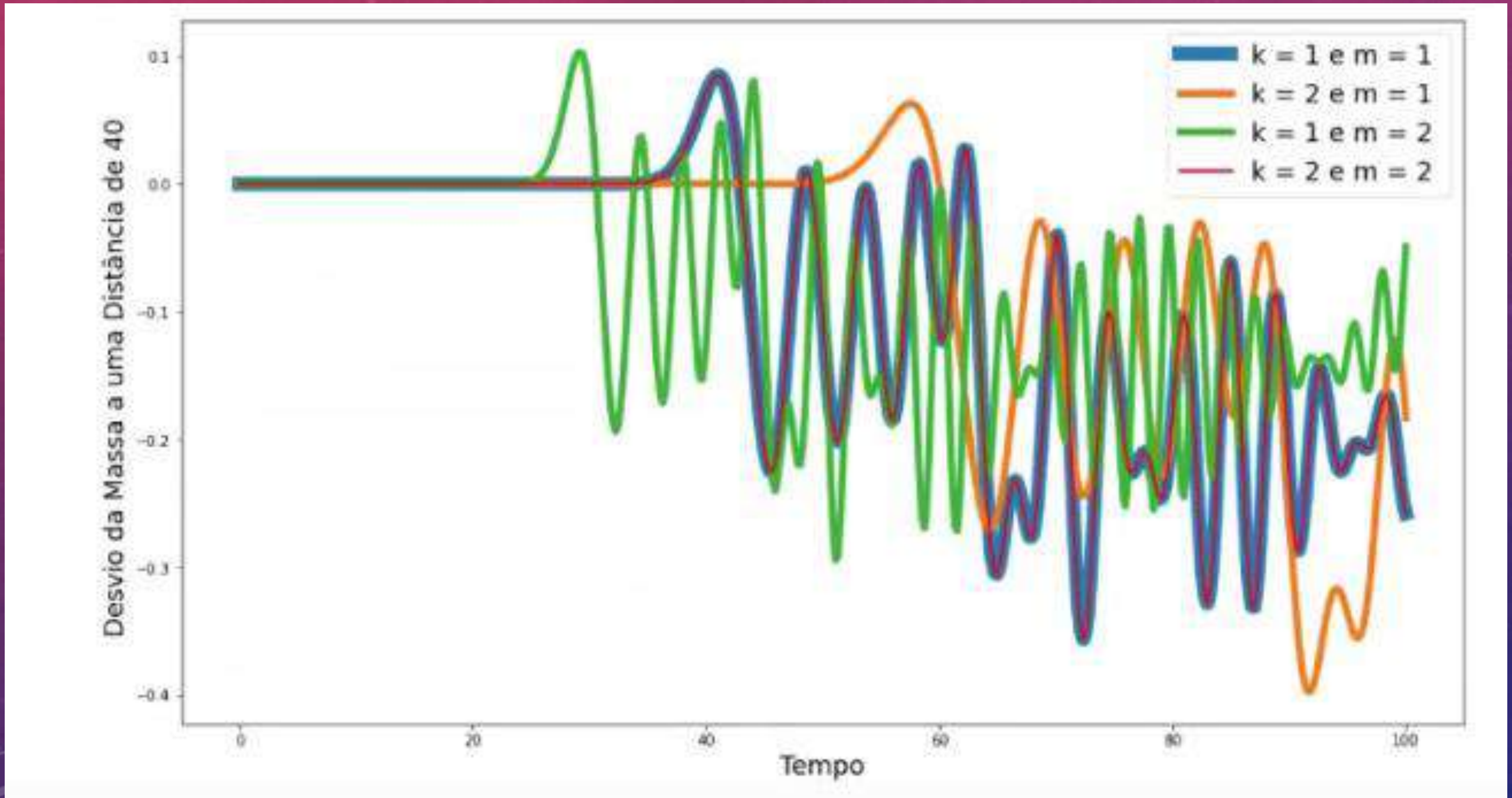
$$\Delta l_{i-1,i} = -x_{i-1} + x_i$$

$$a_i = \frac{k}{m_i}(x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1})$$



CADEIAS DE MASSAS ACOPLADAS POR MOLAS

Camilla Mendes;
Klaus Zielke;
Lucas Garcia;
Matheus Gallerani
Orientador: **João Pedro S. Pires**



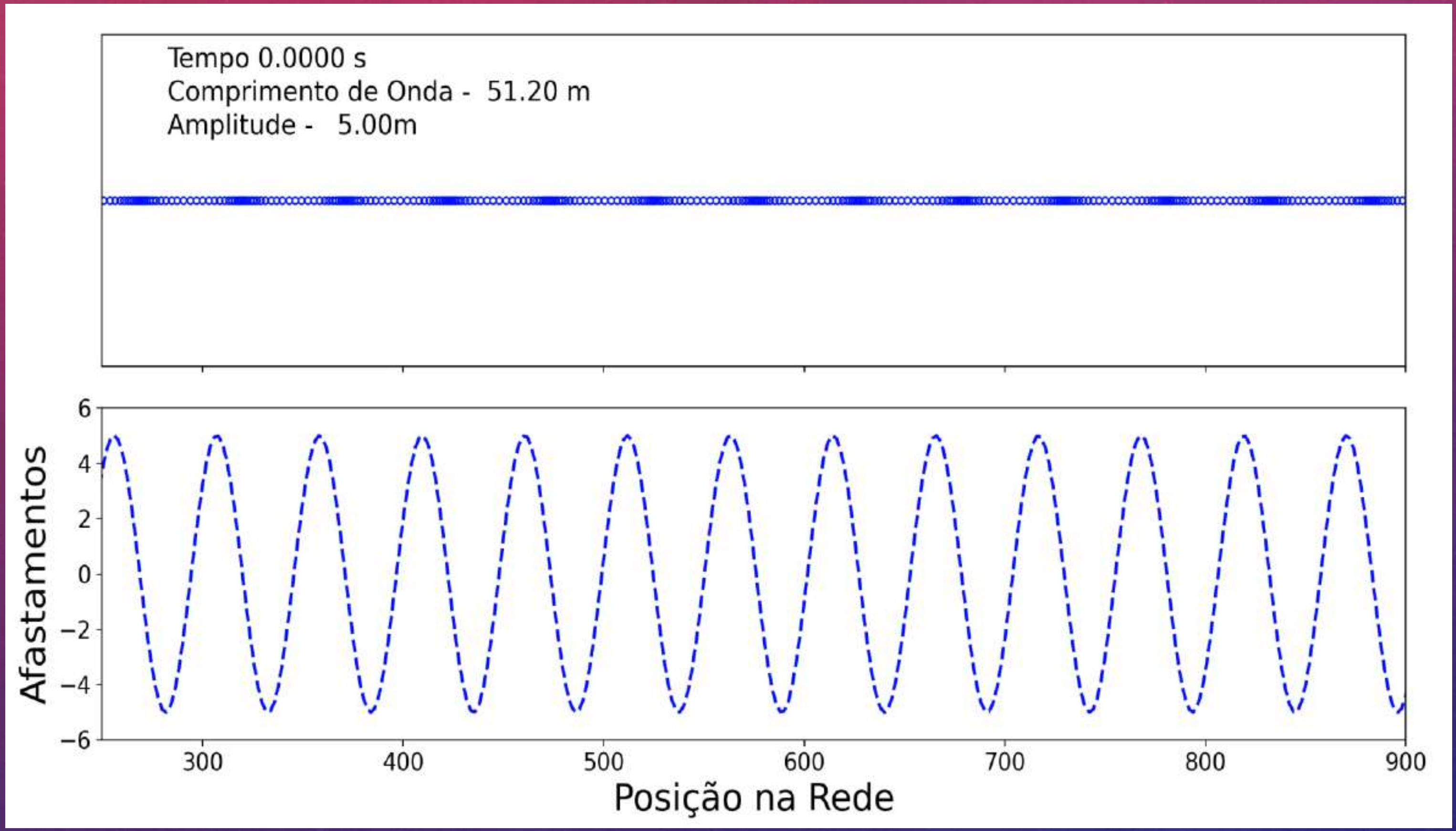
$k = 10.0$

$m = 0.5$

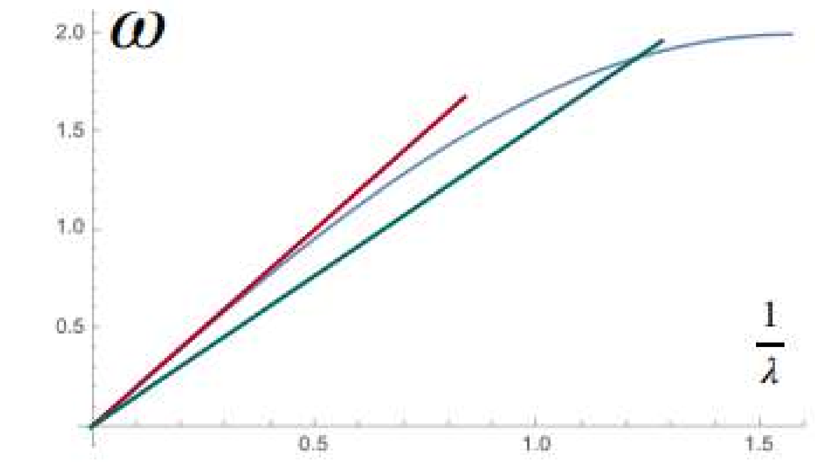
$$v_s \propto D\sqrt{\frac{k}{m}}$$

ONDAS PROPAGANTES E DISPERSÃO ESPECTRAL

Camilla Mendes;
Klaus Zielke;
Lucas Garcia;
Matheus Gallerani
Orientador: **João Pedro S. Pire**



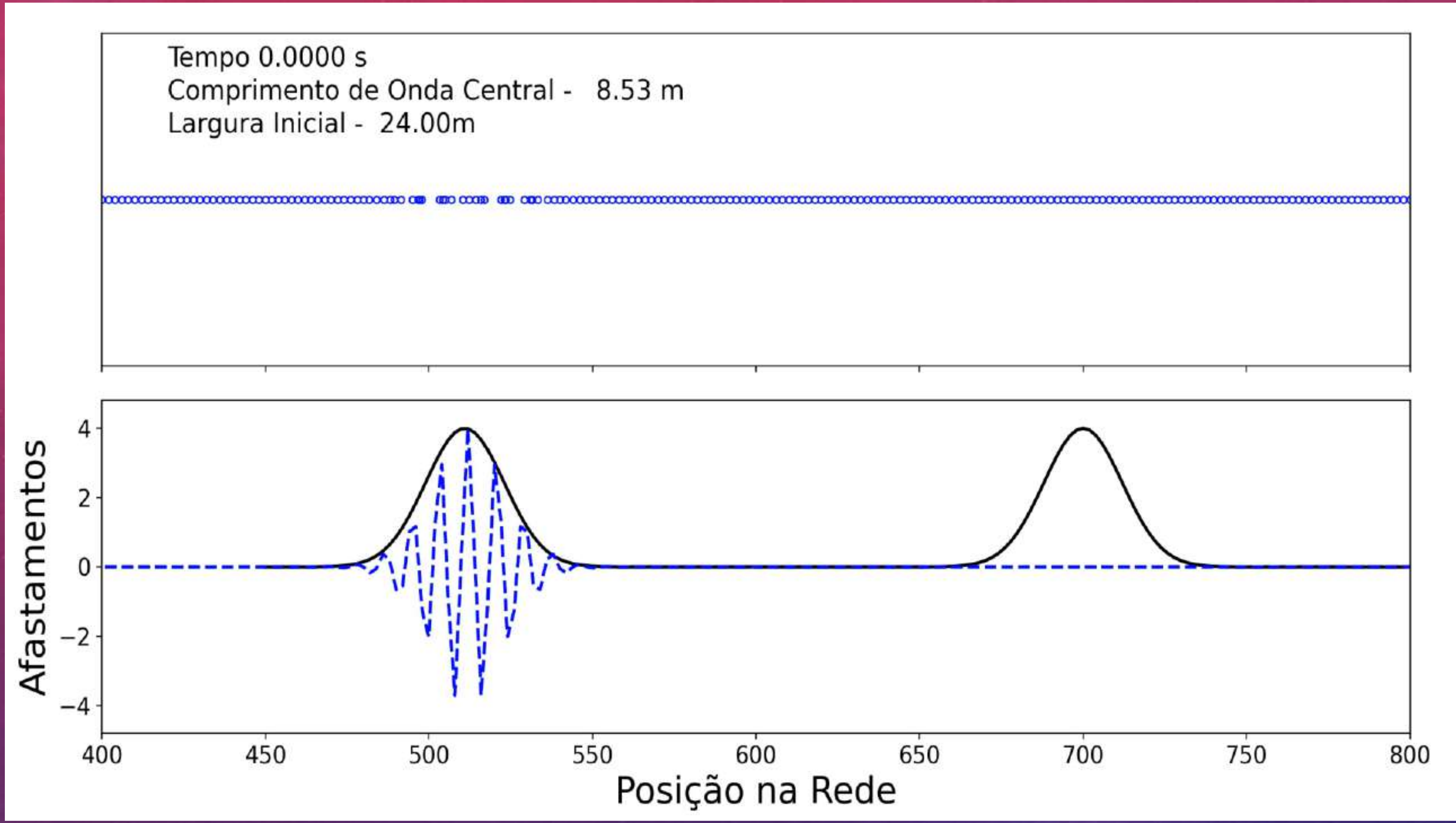
$$K = 10.0$$
$$m = 0.05$$
$$b = 0.00$$



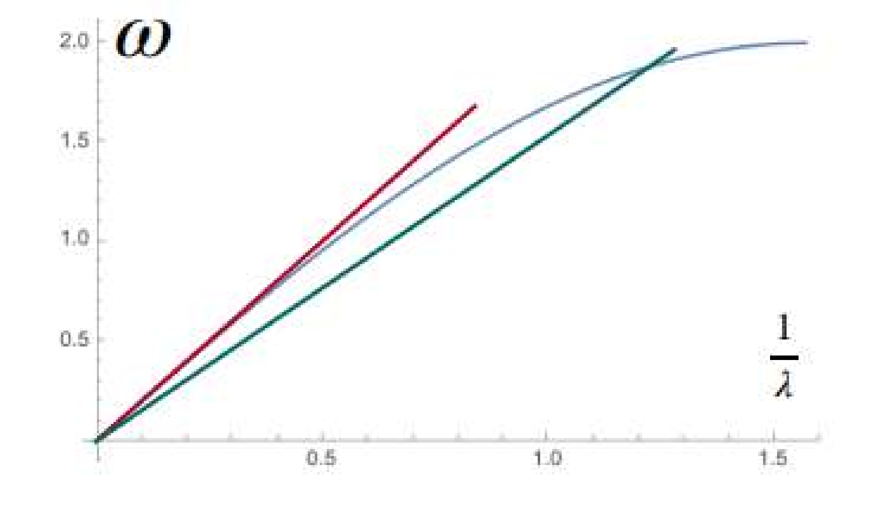
$$v_o = \omega(\lambda)\lambda$$

$$v_o(\lambda) = 2\sqrt{\frac{k}{m}}\,|\sin(\frac{D}{2\lambda})|\,\lambda$$

ALARGAMENTO DE UM IMPULSO CURTO



Amplitude = 4.0
Largura a meia altura = 12
k = 10.0
b = 0.0
m = 0.5

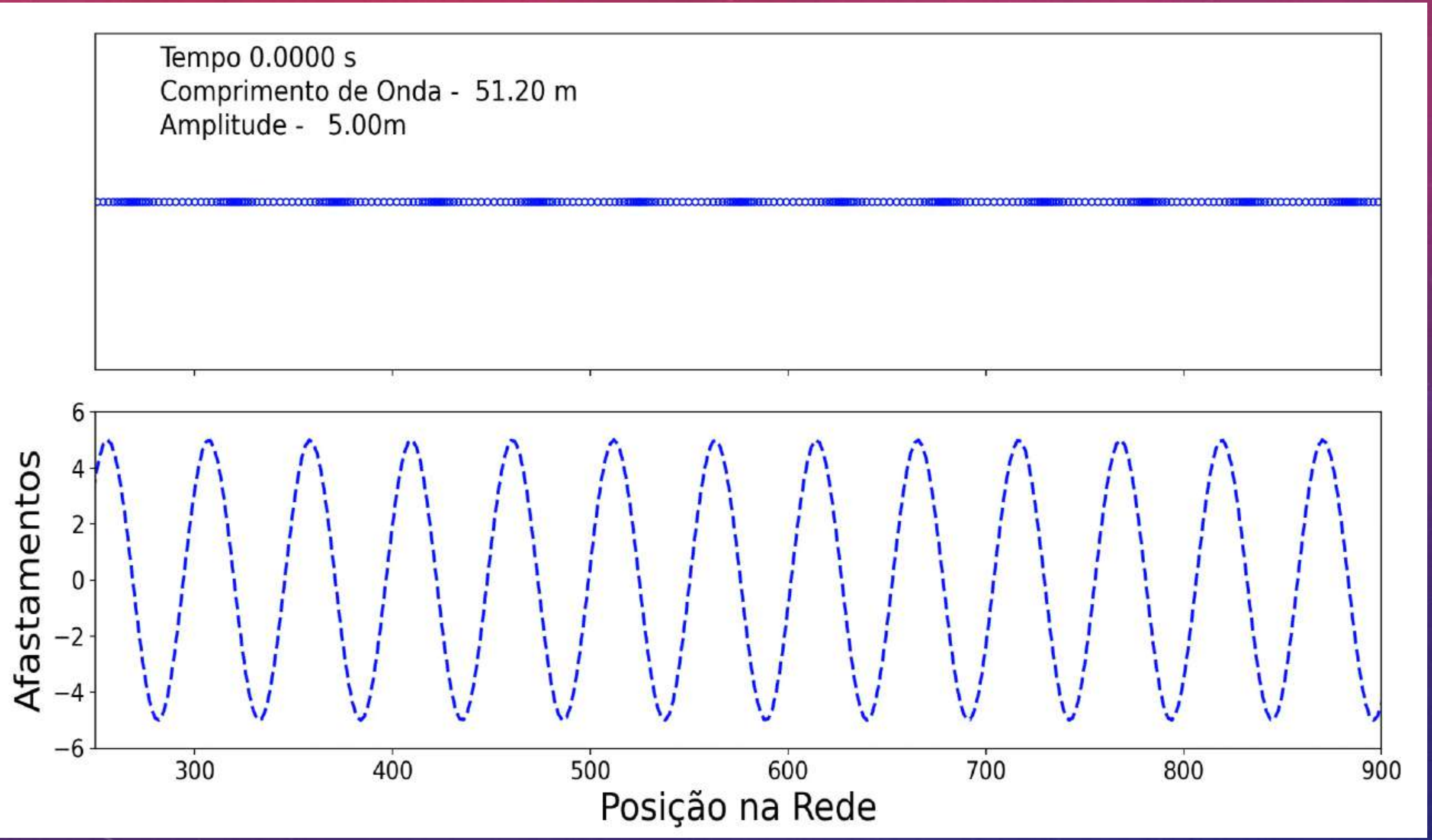


$$v_o = \omega(\lambda)\lambda$$

$$v_o(\lambda) = 2\sqrt{\frac{k}{m}}\,|\sin(\frac{D}{2\lambda})|\,\lambda$$

Camilla Mendes;
Klaus Zielke;
Lucas Garcia;
Matheus Gallerani
Orientador: **João Pedro S. Pires**

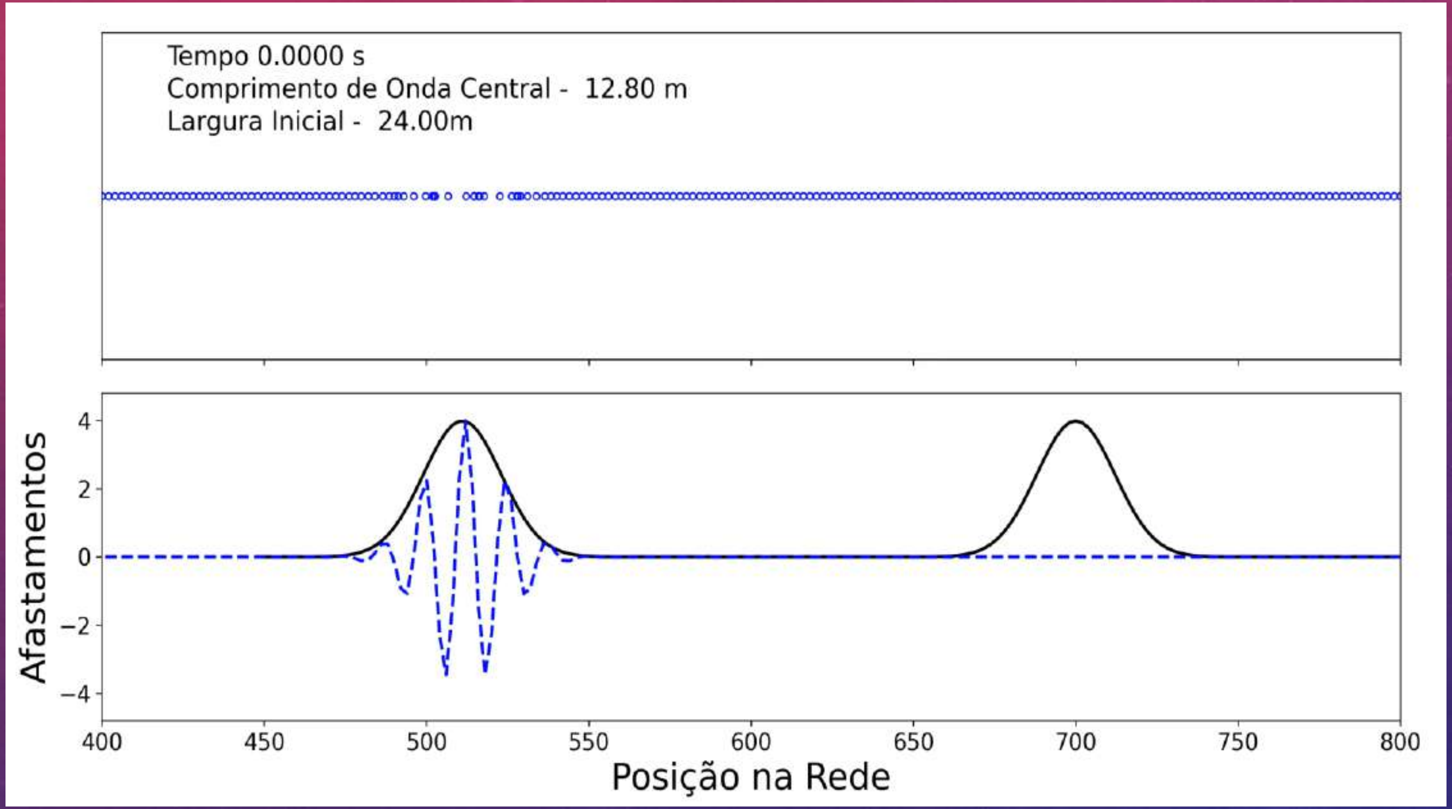
ONDAS PROPAGANTES NÃO LINEARES



$k = 10.0$
$m = 0.05$
$b = 1.00$

Camilla Mendes;
Klaus Zielke;
Lucas Garcia;
Matheus Gallerani
Orientador: **João Pedro S. Pires**

FENÓMENO DE AUTOFOCAGEM E SÓLITONS



Amplitude = 4.0
Largura a meia altura = 12
k = 10.0
b = 0.008
m = 0.5

Camilla Mendes;
Klaus Zielke;
Lucas Garcia;
Matheus Gallerani
Orientador: **João Pedro S. Pires**

CONCLUSÃO

Camilla Mendes;
Klaus Zielke;
Lucas Garcia;
Matheus Gallerani
Orientador: **João Pedro S. Pires**

Concluímos que a Lei de Hooke convencional não descreve o comportamento de molas reais, existindo uma não-linearidade entre a força elástica e o alongamento. Aprendemos que o Oscilador Harmônico respeita a uma força do tipo linear, já o inarmônico, não. Para estudar o movimento do oscilador inarmônico é necessário utilizar o método computacional de Euler para obtermos uma descrição precisa dos fenômenos não lineares. Quando vários osciladores são acoplados, foi também observada transferência de energia através de uma cadeia de massas. Este acoplamento permite a formação de ondas propagantes, tanto no caso linear, como não linear. No caso linear, verificámos que ondas de comprimento mais longo se propagam mais rapidamente que ondas com comprimentos mais curtos. Isto leva à dispersão energética de pulsos propagantes na rede de massas, que pode ser compensado pelo fenômeno da Auto-Focagem gerado a partir da não-linearidade das molas. Assim se gera um Sóliton elástico.

OBRIGADO POR ASSISTIR

https://makeagif.com/gif/soliton-waves-cGcrxi

Camilla Mendes;
Klaus Zielke;
Lucas Garcia;
Matheus Gallerani
Orientador: **João Pedro S. Pires**