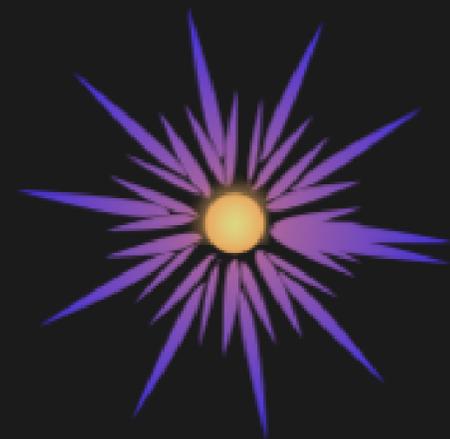


ORIENTADOR: OTÁVIO ALVES



International Centre  
for Theoretical Physics  
South American Institute  
for Fundamental Research



# MEDINDO A EXPANSÃO DO UNIVERSO ATRAVÉS DE SUPERNOVAS IA

## Grupo 6

Breno Henrique da Silva

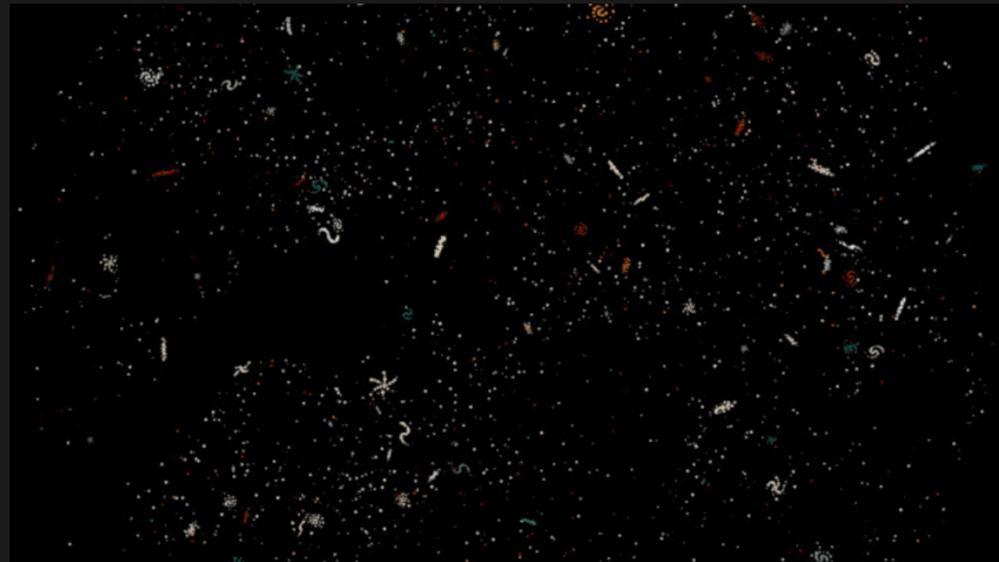
João Vitor de Melo Silva

Louise Victoria Sanches Barbosa

Fernando Antônio da Silva Oliveira

# > O problema da expansão

//SEÇÃO 01



A formulação da Relatividade Geral



Desconfiança sobre a expansão do universo

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi GT_{\mu\nu}$$

Hubble (amostras experimentais)

Tudo indica que o universo se expande



Como ele se expande?



# Métrica espaço-temporal

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a(t)^2 [dx^2 + dy^2 + dz^2]$$

$$\Delta s^2 = -c^2 \Delta t^2 + a(t)^2 [\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2]$$

## Suposições



- > Espaço homogêneo e isotrópico
- > Segundo observações, o espaço é aproximadamente plano (CMB)

  $\Lambda$ CDM



# MÉTODOS E DISCUSSÃO

GRUPO 6  
ESCOLA DE  
VERÃO ICTP-  
SAIFR 2021

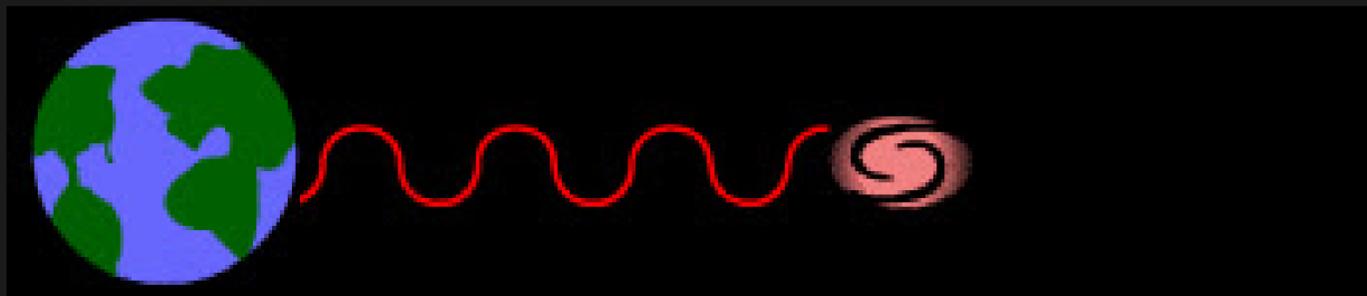


//SEÇÃO 02

# Fator de escala e redshift

- Causas do redshift: Velocidades peculiar e de recessão

$$\frac{\lambda_E}{a_E} = \frac{\lambda_0}{a_0} \quad \text{onde} \quad a_0 = 1 \quad \text{e} \quad a = \frac{1}{1+z} \quad \Rightarrow \quad \lambda_0 = (1+z)\lambda_E$$



# Magnitude aparente ( $m$ ) e absoluta ( $M$ )

$$m = -2.5 \log \frac{F}{F_0} \quad \text{onde} \quad F = \frac{L}{4\pi D_L^2} \quad \Rightarrow \quad m = M + 5 \log \left( \frac{D_L}{10} \right)$$



# O parâmetro de Hubble

$$\left(\frac{1}{a} \frac{da}{dt}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho(t) \quad \Rightarrow \quad H(t)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho(t)$$


 $H(t)$

Mas... E se pensarmos no parâmetro de Hubble atual?

$$H_0^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_0 \quad \Rightarrow \quad H(t)^2 = H_0^2 \frac{\rho(t)}{\rho_0} \quad \text{porém} \quad \frac{\rho(t)}{\rho_0} = \frac{\Omega_m}{a^3} + \frac{\Omega_r}{a^4} + \Omega_\Lambda$$

Assim, temos que

$$H(t) = H_0 \sqrt{\frac{\Omega_m}{a^3} + \frac{\Omega_r}{a^4} + \Omega_\Lambda}$$

$\Omega_m \Rightarrow$  **Parâmetro de densidade da matéria**

$\Omega_r \Rightarrow$  **Parâmetro de densidade de radiação**

$\Omega_\Lambda \Rightarrow$  **Constante cosmológica**

# Distância Luminosidade

$$D_L(z) = (1+z) \frac{c}{H_0} \int_0^z \frac{dz}{E(z)} \quad \text{adotando um espaço plano, ou seja, } \Omega_k = 0$$

$$\text{onde } E(z) = \frac{H(z)}{H_0} = \sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_r(1+z)^4 + \Omega_\Lambda}$$

$$\text{OBS: note que } a = \frac{1}{1+z}$$

Através de uma expansão de 2ª ordem utilizando Séries de Taylor, podemos aproximar o modelo:

$$D_L(z) = \frac{c}{H_0} \left[ z + \frac{1}{2}(1 - q_0)z^2 \right]$$

# Supernovas

## Vida e morte de uma estrela

- Equilíbrio hidrostático
- Fim da vida

## Anãs brancas

- Limite de Chandrasekhar
- Colapso da estrela



## Standard Candle

- A incerteza das distâncias

➔ Magnitude absoluta  $M \approx -19.30$

➔ Inicialmente, adotamos  $H_0 \approx 72 \frac{km}{s \cdot Mpc}$



# IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

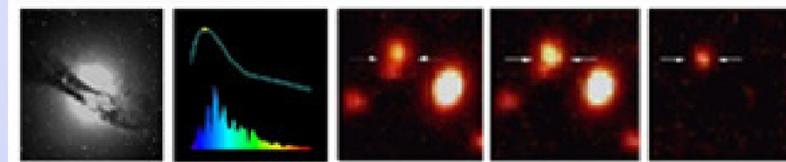
GRUPO 6  
ESCOLA DE  
VERÃO ICTP-  
SAIFR 2021



# Dataset



Supernova  
Cosmology Project



O compilado SCP "Union2.1" SN Ia é uma atualização do compilado "Union2", agora trazendo dados para 833 explosões de supernovas, extraídos de 19 datasets. Destas, 580 explosões de supernovas foram utilizadas.

```
# alpha 0.121851859725
# beta 2.46569277393
# delta -0.0363405630486
# M(h=0.7, statistical only) -19.3182761161
# M(h=0.7, with systematics) -19.3081547178
1993ah 0.028488 35.3465833928 0.223905932998 0.128418942246
1993ag 0.050043 36.6823679154 0.166828851413 0.128418942246
1993o 0.052926 36.8176912545 0.1557559148 0.128418942246
1993b 0.070086 37.4467365424 0.158466934433 0.128418942246
1992bs 0.062668 37.4834093505 0.156099434739 0.128418942246
1992br 0.087589 38.2290570494 0.187745679272 0.128418942246
1992bp 0.078577 37.4881622607 0.155635656185 0.128418942246
1992bo 0.017227 34.6543699503 0.199337179559 0.128418942246
1992bl 0.042233 36.3364595483 0.167174042338 0.128418942246
```

Da tabela importada, utilizamos apenas as colunas 2, 3 e 4.

Coluna 2: redshift observado  $z_{obs}$

Coluna 3: magnitude aparente observada  $m_{obs}$

Coluna 4: erro na magnitude  $\sigma_m$

Disponível em <[http://supernova.lbl.gov/Union/figures/SCPUnion2.1\\_mu\\_vs\\_z.txt](http://supernova.lbl.gov/Union/figures/SCPUnion2.1_mu_vs_z.txt)>

# Modelos numéricos

## 1. Modelo da biblioteca *astropy*

$$D_L(z) = (1 + z) \frac{c}{H_0} \int_0^z \frac{dz}{E(z)}$$

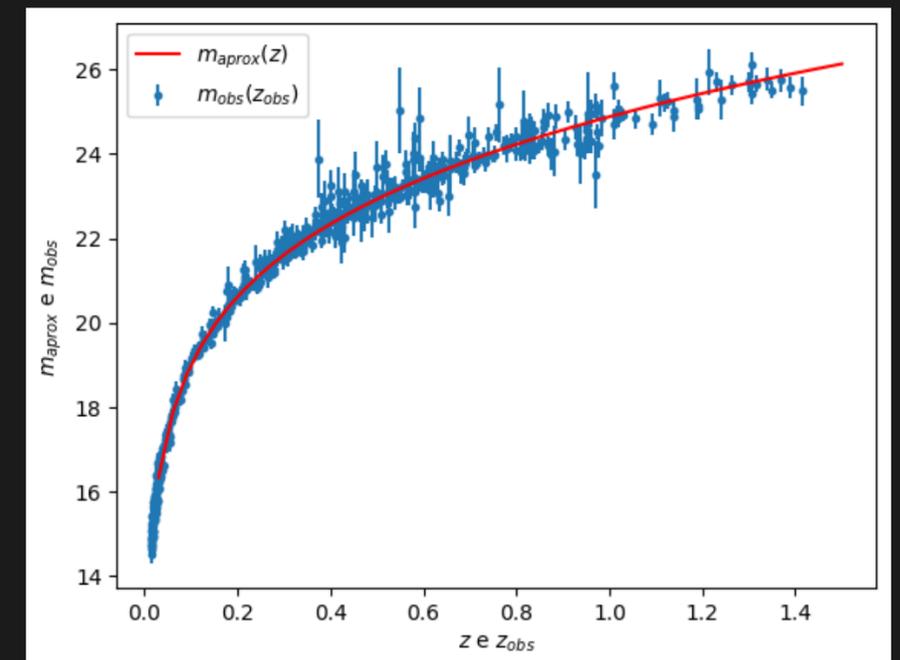
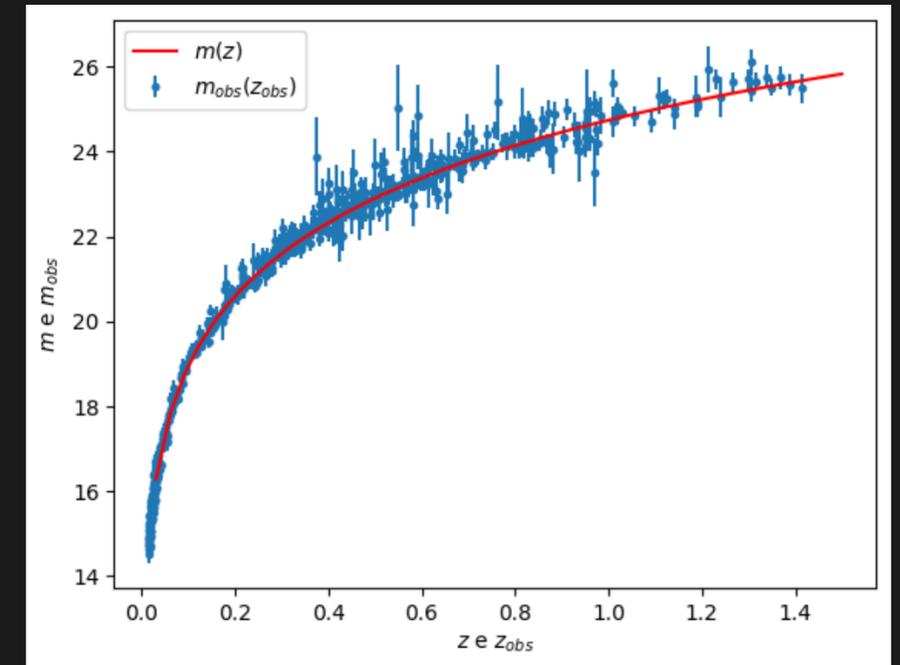
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import astropy.cosmology as cosmo
import scipy.constants as cte
from matplotlib import cm

def distancia_luminosidade(z):
    # Calcula a distância luminosidade em Mpc para um conjunto de redshifts.
    return cosmo.FlatLambdaCDM(H0=H0, Om0=0.3).luminosity_distance(z).value
```

## 2. Modelo aproximado

$$D_L(z) = \frac{c}{H_0} \left[ z + \frac{1}{2}(1 - q_0)z^2 \right]$$

```
def distancia_luminosidade_2(z, q0, H0):
    d_l = (cte.c*(10**(-3))/H0)*(z+0.5*(1-q0)*(z**2))# insira seu código
    return d_l
```



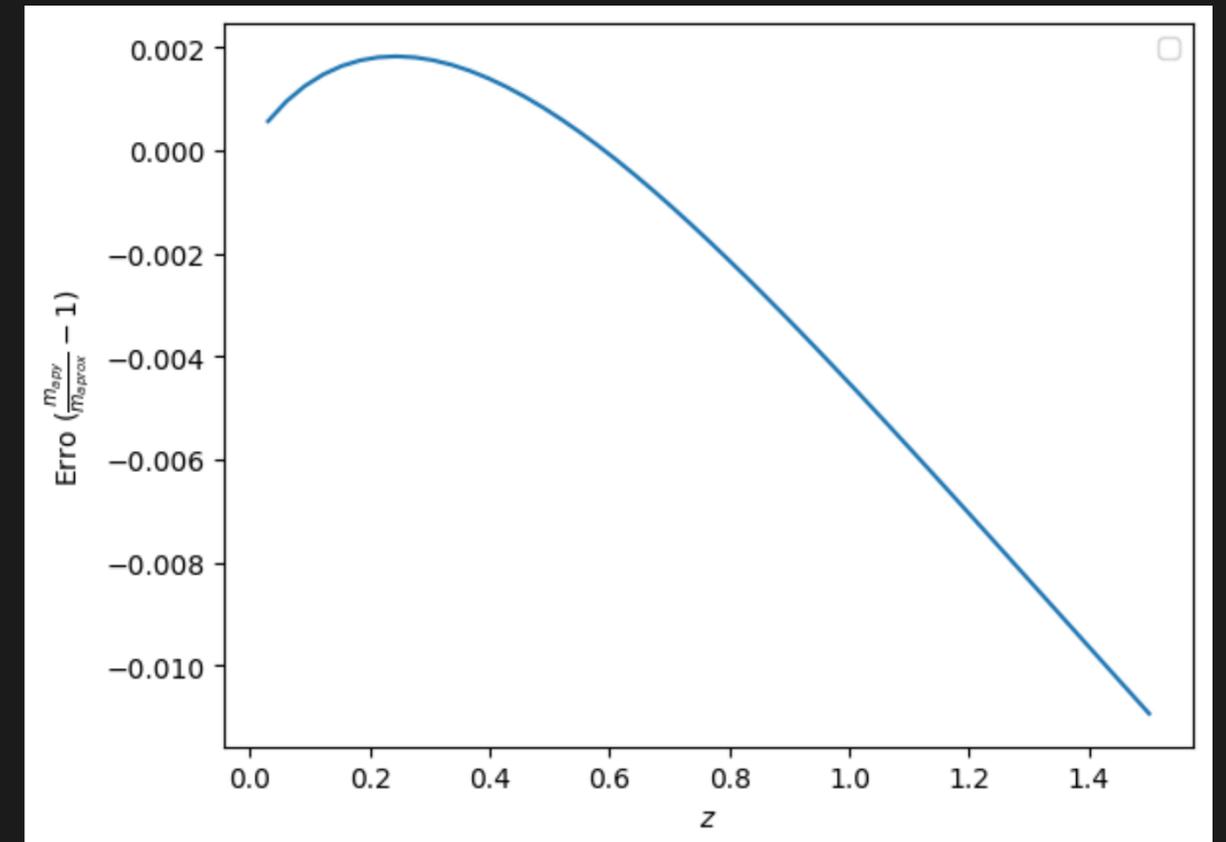
# Erro entre modelos

Adotando  $q_0 = -0.25$  podemos calcular o erro entre os dois modelos apresentados.

Note que:  $Erro = \frac{n_{apy}}{n_{aprox}} - 1$  onde:

$n_{apy}$  é o resultado obtido com o *astropy*

$n_{aprox}$  é o resultado obtido com aproximação



→  $Erro \approx 1\%$

# Magnitude aparente

$$m = M + 5 \log \left( \frac{D_L}{10} \right)$$

```
def magnitude_aparente_2(z, q_0, H_0, M):
    return M + 5*np.log10(1e5*distancia_luminosidade_2(z, q_0, H_0))
```

## Teorema de Bayes aplicado aos dados

- Probabilidade de um modelo dado os dados observados

$$\mathcal{P} \propto \exp \left[ -\frac{1}{2} \sum_i \frac{(m(z_{i,obs}) - m_{i,obs})^2}{\sigma_{m,i}^2} \right]$$

```
def prob(q_0, H_0, M):
    m_teorico = np.array([magnitude_aparente_2(z, q_0, H_0, M) for z in z_obs])
    p = np.exp(-0.5*sum(((m_teorico - m_obs)**2)/sigma_m**2))
    return p

step = 0.01
q0 = np.arange(-1, 1+step, step)
H0 = np.linspace(60, 80, len(q0))
#2d
P_2d = np.array([prob(i, 72, M) for i in q0])
#3d
P_3d = np.array([prob(i, j, M) for i in q0 for j in H0]).reshape([len(q0),len(q0)])
```

Note que variamos  $q_0$  de -1 a 1 e  $H_0$  de 60 a 80 no caso tridimensional.



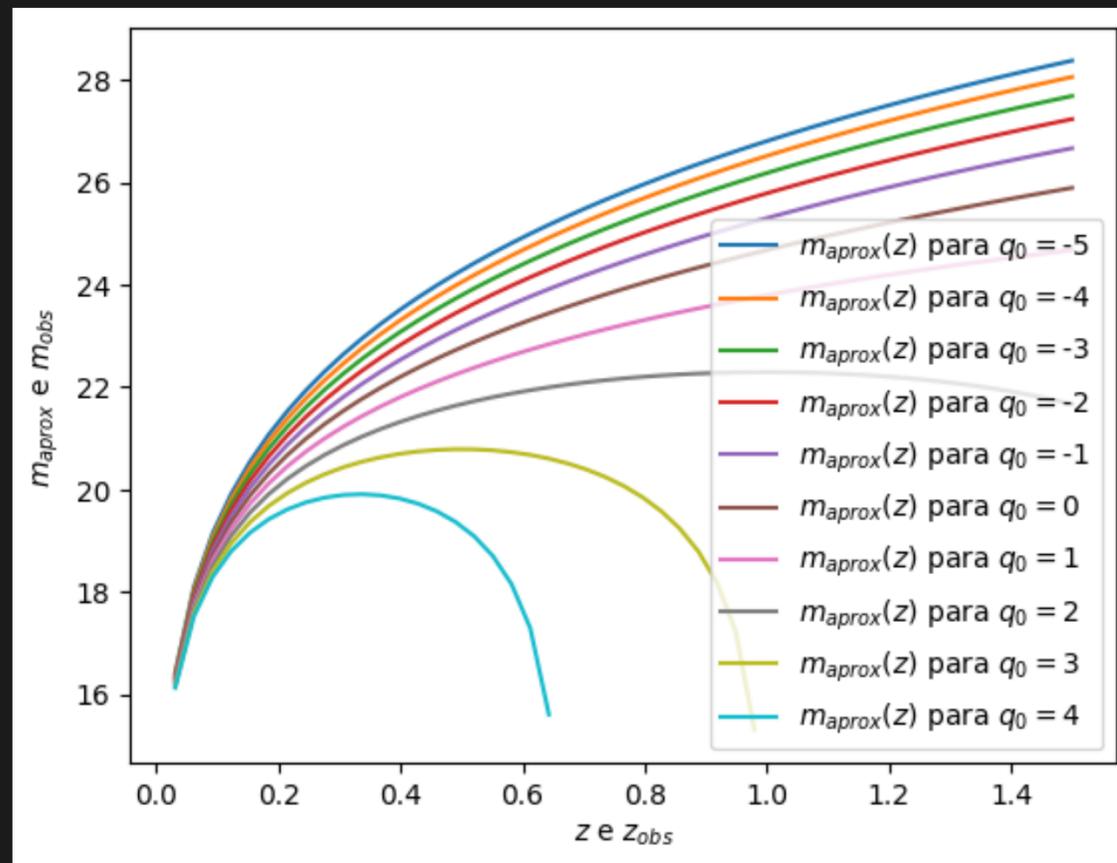
# RESULTADOS E CONCLUSÃO

GRUPO 6  
ESCOLA DE  
VERÃO ICTP-  
SAIFR 2021



//SEÇÃO 03

# A EXPANSÃO DO UNIVERSO EM FUNÇÃO DE $q_0$



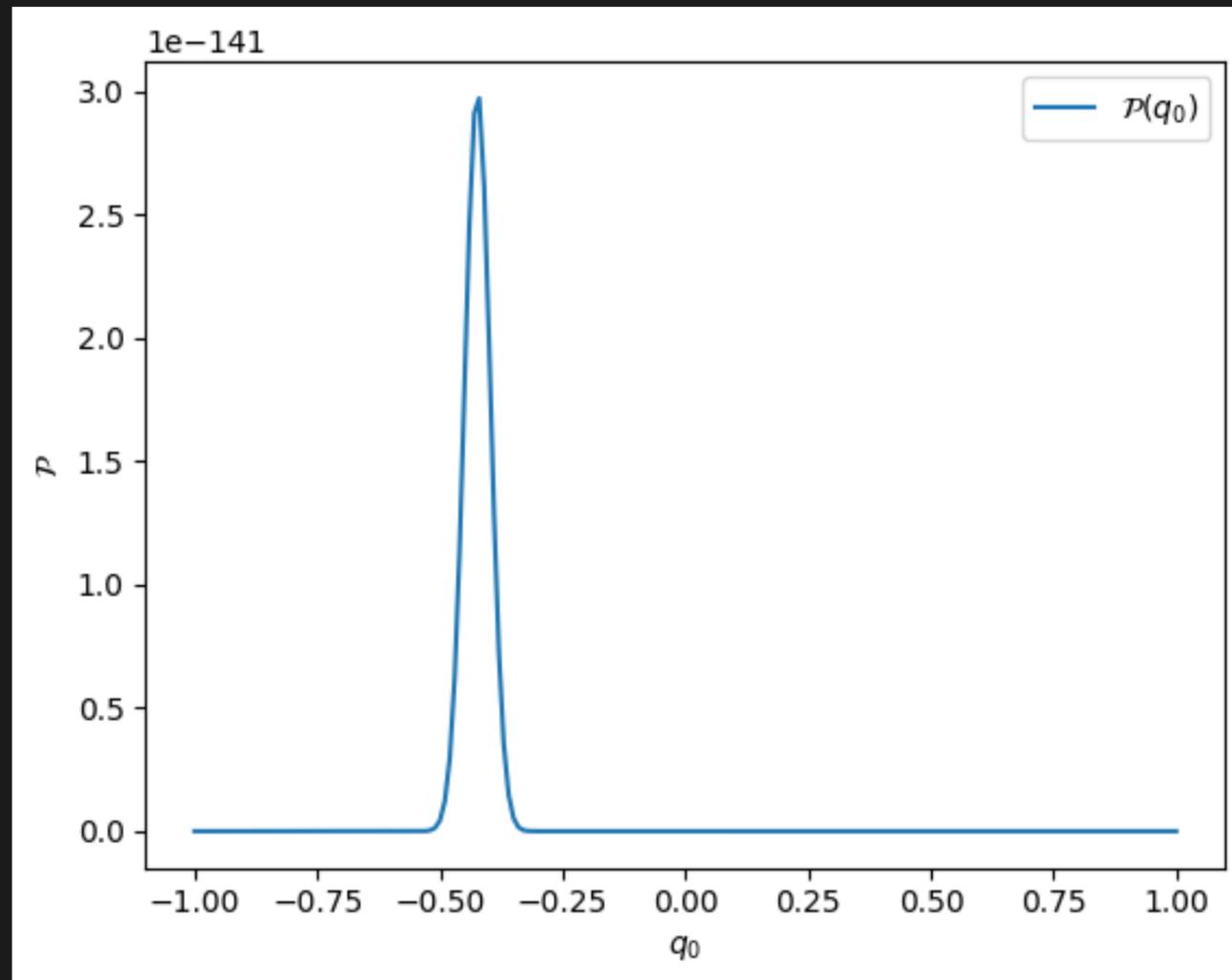
$q_0 < 0$   O universo está em expansão acelerada

$q_0 = 0$   O universo está se expandindo em uma taxa constante

$q_0 > 0$   O universo está em expansão desacelerada

# DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE DE $q_0$

Em duas dimensões (variando  $q_0$  de -1 a 1 e assumindo  $H_0 \approx 72 \frac{km}{s \cdot Mpc}$ )



# ERRO: MÉDIA E DESVIO PADRÃO

A média é calculada por:

$$\bar{q}_0 = \frac{\sum q_0 \mathcal{P}(q_0)}{\sum \mathcal{P}}$$

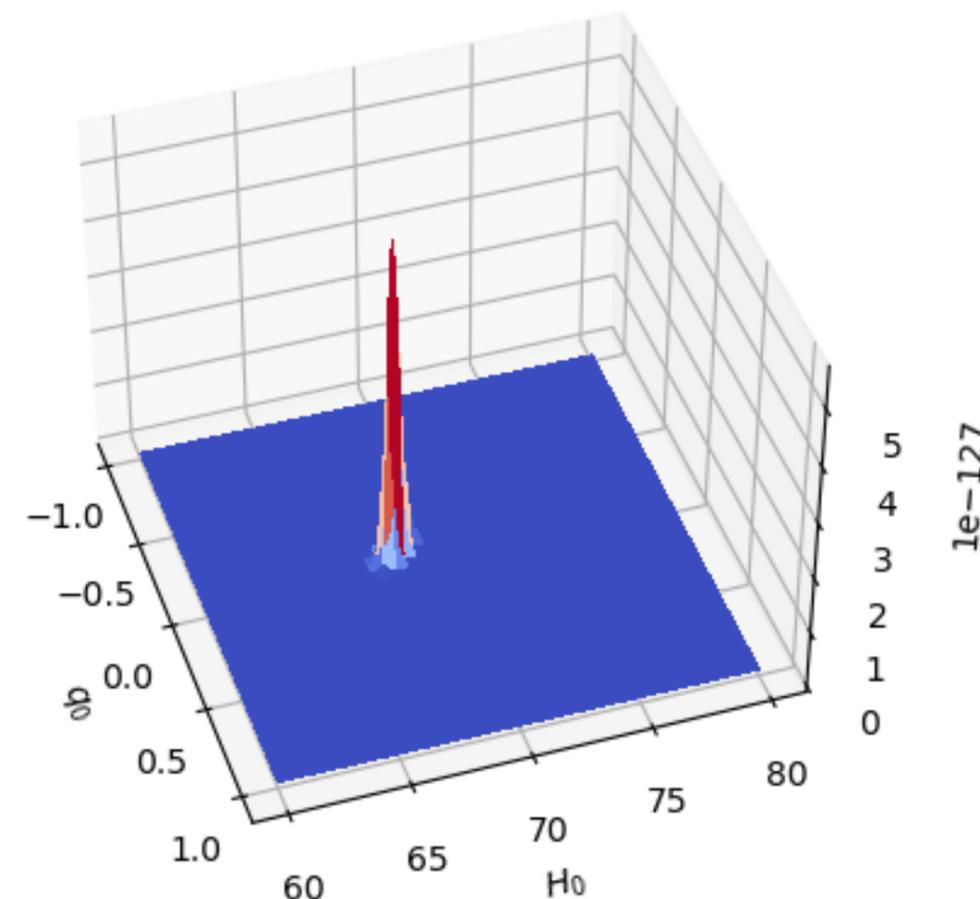
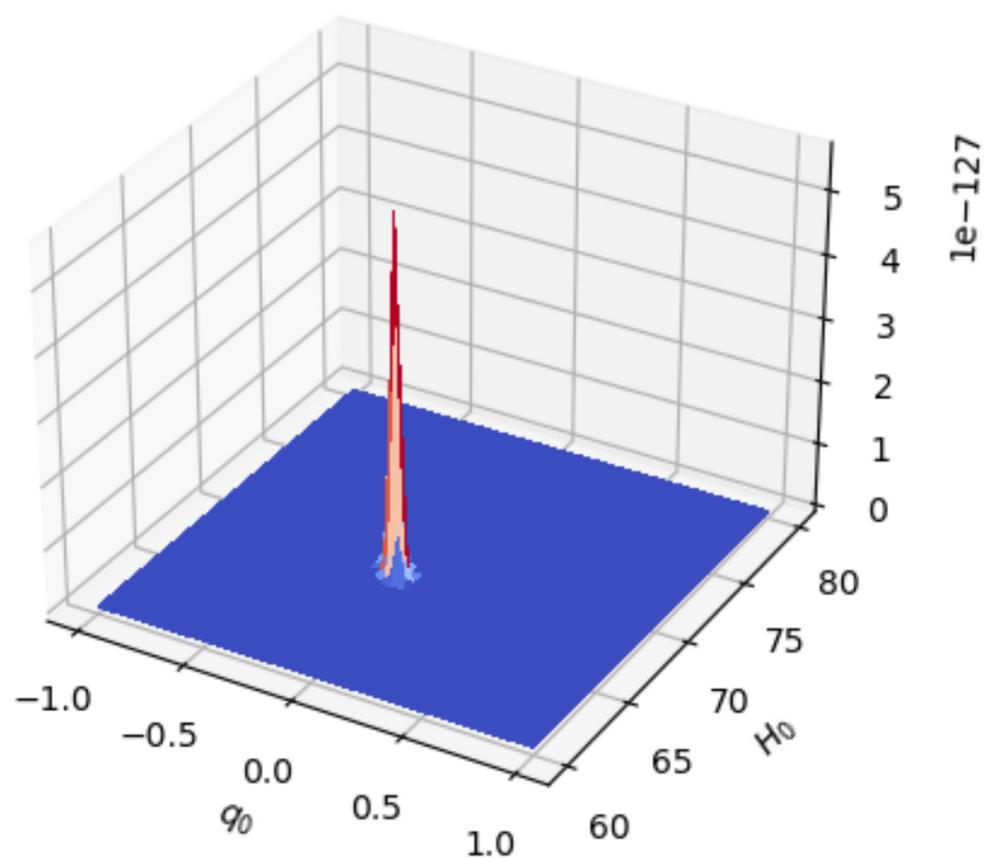
E o desvio padrão por:

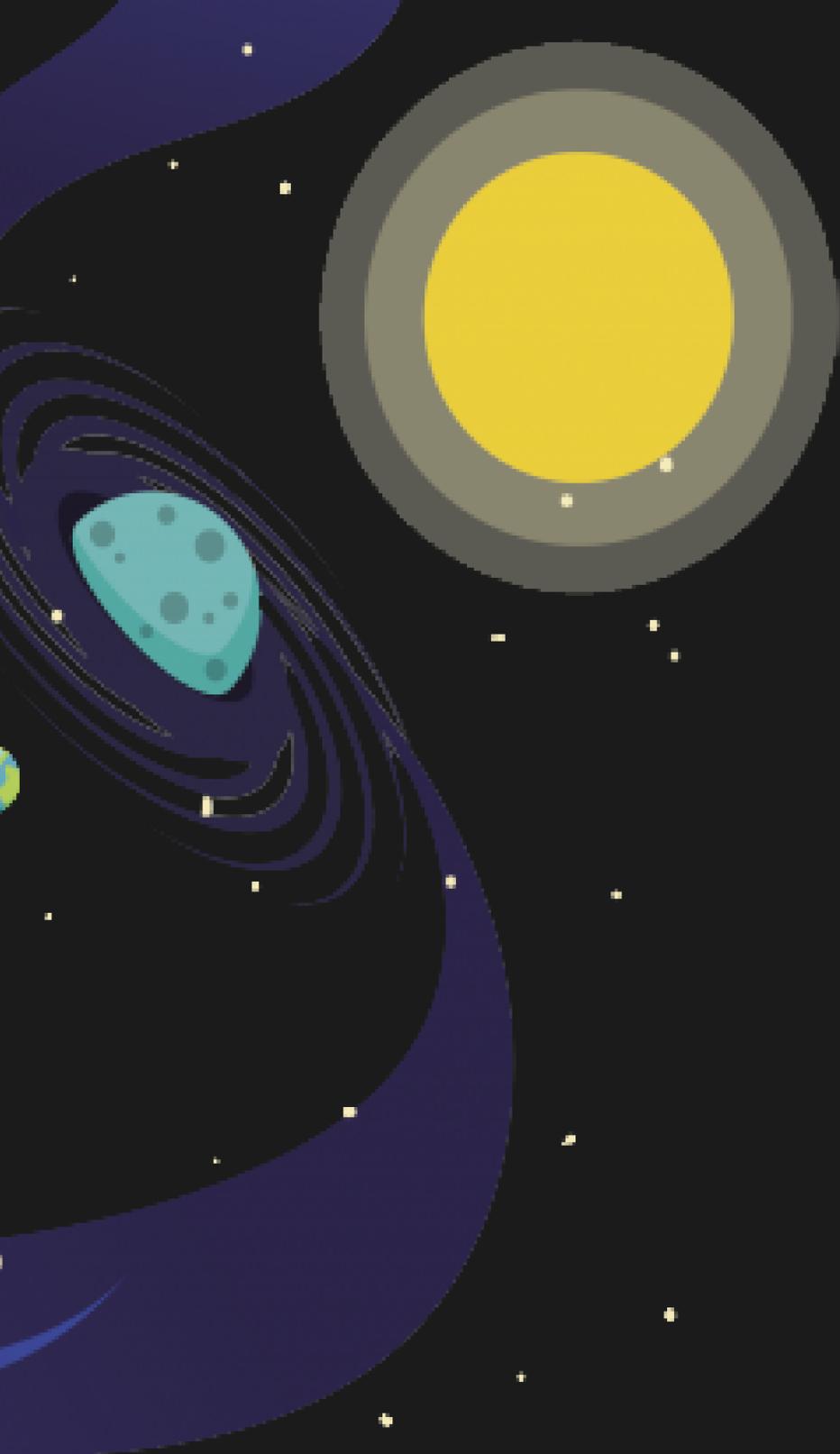
$$\text{std}(q_0) = \sqrt{\frac{\sum (q_0 - \bar{q}_0)^2 \mathcal{P}(q_0)}{\sum \mathcal{P}}}$$

$$\therefore \bar{q}_0 = -0.423 \pm 0.026$$

# DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE DE $q_0$

Em três dimensões (variando  $q_0$  de -1 a 1 e  $H_0$  de 60 a 80).



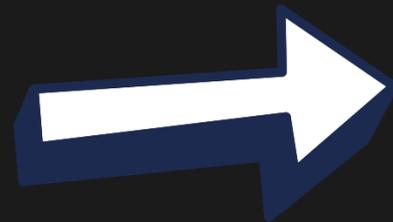


# CONCLUSÃO

- A expansão do universo não é desacelerada, mas sim, acelerada, pois  $q_0 < 0$
- $q_0$  é mais provável de situar-se no intervalo  $[-0.6, -0.3]$



**OBRIGADO!**



**PERGUNTAS?**

GRUPO 6  
ESCOLA DE  
VERÃO ICTP-  
SAIFR 2021 

//SEÇÃO 04