

MINICURSOS PARA ENSINO MÉDIO

Noções de derivação - Lista 1

Professor Lucas David

A seguir estão algumas propriedades básicas envolvendo limites, bem como alguns limites fundamentais. Como nosso objetivo é ter uma primeira noção do cálculo diferencial aplicado à física, não serão feitas demonstrações de algumas das propriedades e limites abaixo. Utilize essas propriedades e limites para resolver os exercícios que aparecem em seguida. Faz-se necessário, em alguns exercícios, ter familiaridade com certas relações trigonométricas.

- I. Se $f(x) = c$, com $c \in \mathbb{R}$, para todo x real, $\lim_{x \rightarrow a} c = c$.
- II. Se $c \in \mathbb{R}$ e $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$, então $\lim_{x \rightarrow a} [c \cdot f(x)] = c \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x) = c \cdot L$.
- III. Se $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ e $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = M$, então $\lim_{x \rightarrow a} (f + g)(x) = L + M$.
- IV. Se $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ e $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = M$, então $\lim_{x \rightarrow a} (f \cdot g)(x) = L \cdot M$.
- V. $\lim_{x \rightarrow a} \text{sen } x = \text{sen } a$, para todo $a \in \mathbb{R}$.
- VI. $\lim_{x \rightarrow a} \text{cos } x = \text{cos } a$, para todo $a \in \mathbb{R}$.
- VII.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\text{sen } x}{x} \right) = 1$$
- VIII.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x = e.$$

EXERCÍCIOS

1. Utilizando a definição de derivada, calcule as derivadas das funções nos pontos referidos.

a) $f(x) = 2x$, $x_0 = 3$

b) $f(x) = x^2 + x$, $x_0 = 1$

c) $f(x) = \text{sen}x$, $x_0 = \frac{\pi}{3}$

d) $f(x) = \sqrt[3]{x}$, $x_0 = 0$

e) $f(x) = 3x+1$, $x_0 = 2$

f) $f(x) = x^2 + 2x + 5$, $x_0 = 1$

g) $f(x) = x^3$, $x_0 = -1$

h) $f(x) = \text{cos}x$, $x_0 = \frac{\pi}{4}$

i) $f(x) = \text{sen}x$, $x_0 = \frac{\pi}{6}$

2. Um ponto percorre uma curva obedecendo à equação horária $s = t^2 + t - 2$.
Calcular a sua velocidade no instante $t_0 = 2$.

3. Calcular:

a)
$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \text{cos} \left(x + \frac{\Delta x}{2} \right)$$

b)
$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \text{sen} \left(x + \frac{\Delta x}{2} \right)$$

4. Um móvel desloca-se sobre um segmento de reta obedecendo à equação horária $s = \text{cost}$. Determinar:

a) Sua velocidade no instante $t = \frac{\pi}{4}$ s.

b) Sua aceleração no instante $t = \frac{\pi}{6}$ s