Problema 1

Define

$C_1 = a_1 + ib_1\,,\;\; C_2 = a_2 + ib_2\,,\;\; C_3 = a_3 + ib_3$

$\bar{C}_1 = a_1 - ib_1\,,\;\; \bar{C}_2 = a_2 - ib_2\,,\;\; \bar{C}_3 = a_3 - ib_3$

onde $C_3 = C_1 C_2 = (a_1 + ib_1)(a_2 + ib_2) = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + i(a_1 b_2 + a_2 b_1)\,.$

Mostre que $C_1\bar{C}_1 = C_2\bar{C}_2 = 1$ implica que $C_3\bar{C}_3 = 1,$ i.e.

$(a_1)^2 + (b_1)^2 = (a_2)^2 + (b_2)^2 = 1$ implica $(a_3)^2 + (b_3)^2 = 1$

Problema 2

Usando $e^{i\alpha} = \cos(\alpha) + i\sin(\alpha)$, mostre que

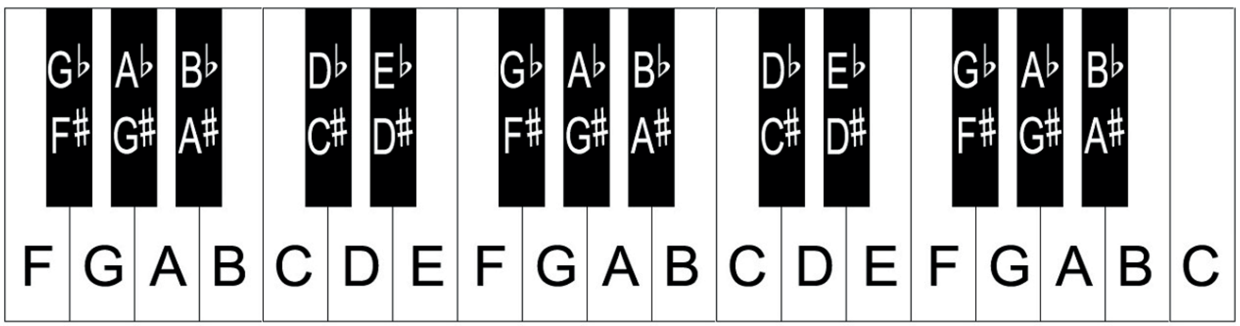
$\cos(2\alpha) = \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)$

Problema 3

Uma corda de violino vibrando com frequência $f = 132$/seg corresponde à nota C.
As notas harmónicas desta corda tem freqüências

$f = 132$/seg nota C
$2f = 264$/seg nota C
$3f = 396$/seg nota G
$4f = 528$ /seg nota C
$5f = 660$/seg nota E
$6f = 1056$/seg nota G

O teclado do piano tem as notas



onde a primeira linha são teclas pretas e a segunda linha são teclas brancas.
A razão da freqüência de qualquer nota e a nota anterior no piano é $2^{1/12}$, i.e.
$C\#/C = D/C\# = D\#/D = \ldots = 2^{1/12}$.

a) Calcule a razão da freqüência da nota G/C no piano e compare com a razão da freqüência G/C no violino.

b) Calcule a razão da freqüência da nota E/C no piano e compare com a razão da freqüência E/C no violino.