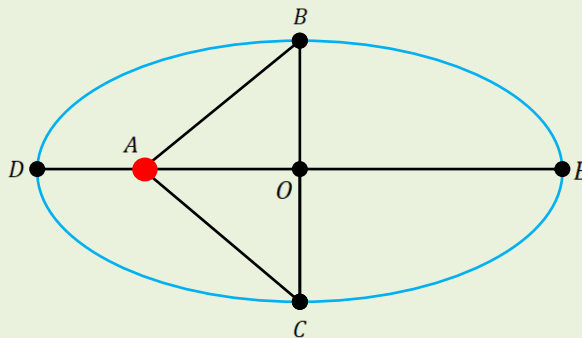


Voo do Cometa

Problema (2012, KBAHT, Rússia) ----- Dezembro 2, 2023.

Encontre a razão entre os tempos em que o cometa atravessa as seções da órbita elíptica delimitadas pelo semieixo menor da elipse com excentricidade ε .

Solução: Seja t_1 o tempo de movimento do cometa ao longo do arco BDC, e t_2 o tempo de movimento do cometa ao longo do arco CEB (ver Figura). Então, de acordo com a segunda lei de Kepler, a razão de tempos exigida é igual a



$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{S_2}{S_1} \quad \text{onde} \quad S_1 = \frac{\pi ab}{2} - S_{\Delta ABC} \quad \text{y} \quad S_2 = \frac{\pi ab}{2} + S_{\Delta ABC},$$

são as áreas das partes correspondentes da elipse. É óbvio que

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \overline{BC} \cdot \overline{AO} = bc = ab\varepsilon.$$

Onde foi utilizado que a excentricidade $\varepsilon = c/a$. Finalmente obtemos que

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{\frac{ab(\pi + 2\varepsilon)}{2}}{\frac{ab(\pi - 2\varepsilon)}{2}} = \frac{\pi + 2\varepsilon}{\pi - 2\varepsilon}.$$