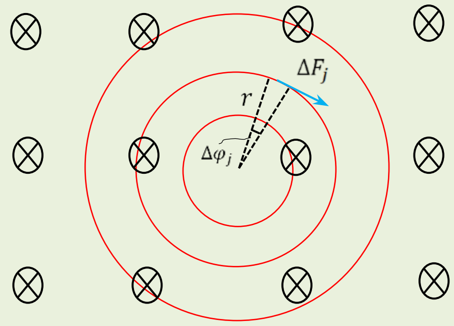
Lei de Indução Eletromagnética: I

Problema ----- Janeiro 19,2024.

Em uma superfície horizontal lisa existe um fino anel não condutor de massa m, ao longo do qual está distribuída uniformemente a carga Q. O anel está em um campo magnético externo uniforme com indução igual a B_0 e direcionado perpendicularmente ao plano do anel. Encontre a velocidade angular de rotação do anel após desligar o campo magnético.

Solução: Denotemos o raio do anel por r. A diminuição da magnitude da indução do campo magnético de B_0 a zero pode ocorrer, é claro, em um tempo muito curto, mas na realidade será sempre um valor finito. Seja que, em um momento arbitrário (no processo de diminuição da indução do campo) o valor instantâneo da indução do campo magnético é igual a $B(t)$. Um campo magnético variável no tempo gera um campo elétrico de vórtice, cujas linhas de campo são representadas na figura por linhas circulares vermelhas (para simplificar, consideraremos a distribuição simétrica do campo magnético em relação ao nosso anel). Uma das linhas de campo obviamente passa ao longo do nosso anel. Seja no momento em consideração que a intensidade do campo elétrico do vórtice nesta linha de campo seja igual a $E_B(t)$.



Por um lado, o trabalho realizado pelo campo elétrico do vórtice para mover uma única carga positiva ao longo do contorno fechado do anel é numericamente igual à fem induzida:

$$\xi_i = 2\pi r E_B(t).$$

Por outro lado, de acordo com a lei da indução eletromagnética, a fem induzida no circuito em anel é igual a:

$$\xi_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\pi r^2 \frac{\Delta B(t)}{\Delta t},$$

onde Φ é o fluxo magnético que penetra em nosso circuito. Igualando as duas expressões para a fem induzida, obtemos:

$$2\pi r E_B(t) = -\pi r^2 \frac{\Delta B(t)}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad E_B(t) = -\frac{r}{2}\frac{\Delta B(t)}{\Delta t}.$$

Cada pequeno elemento do anel carregado sofrerá a ação de uma força dirigida tangencialmente a um círculo de raio r e igual a

$$\Delta F_j = E_B(t)\frac{Q}{2\pi r} r\Delta\varphi_j = -\frac{Q}{4\pi}\frac{\Delta B(t)}{\Delta t} r\Delta\varphi_j.$$

A força total que atua em um determinado momento em todo o anel é igual a:

$$F = \sum_{j=1}^{N} \Delta F_j = -\frac{Q}{4\pi}\frac{\Delta B(t)}{\Delta t} r \sum_{j=1}^{N} \Delta\varphi_j = -\frac{Qr}{2}\frac{\Delta B(t)}{\Delta t}.$$

Em tempo curto Δt, um impulso de força agindo no anel ao longo do círculo levará a uma mudança no momento do anel:

$$F\Delta t = m\Delta v \quad \Rightarrow \quad \Delta v = \frac{F}{m}\Delta t = -\frac{Qr}{2m}\Delta B$$

Uma pequena mudança na velocidade angular do anel é

$$\Delta\omega = \frac{\Delta v}{r} = -\frac{Q}{2m}\Delta B.$$

A mesma relação relaciona mudanças na velocidade angular e na indução magnética ao longo do tempo. Considerando que$\Delta\omega = \omega - 0 = \omega$, e $\Delta B = 0 - B_0 = -B_0$, obtemos:

$$\omega = \frac{QB_0}{2m}.$$