ICTP | International Centre for Theoretical Physics
SAIFR | South American Institute for Fundamental Research

Programa ICTP-SAIFR de Introdução à Física para Participação em Olimpíadas

Impulso e Quantidade de Movimento

São Paulo | 15 de Abril de 2024.

Resumo

Estas notas foram criadas por William G C Oropesa, responsável do Programa ICTP-SAIFR de Introdução à Física para Participação em Olimpíadas (Núcleo IFT-UNESP).

Na física, o impulso e a quantidade de movimento (ou momento linear) são conceitos fundamentais para a análise de sistemas dinâmicos. A quantidade de movimento $\vec{p}$ é definida como o produto da massa m de um objeto pela sua velocidade $\vec{v}$:

$$\vec{p} = m\vec{v}. \tag{1}$$

O impulso $\vec{J}$ é a variação da quantidade de movimento causada por uma força $\vec{F}$ aplicada durante um intervalo de tempo Δt:

$$\vec{J} = \Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t$$

Esses conceitos são cruciais para entender e prever o comportamento dos objetos em movimento, além de serem essenciais na aplicação da lei da conservação da quantidade de movimento em sistemas isolados, com aplicações que vão desde colisões de partículas até a engenharia aeroespacial.

Vejamos, mediante simples exemplos resoltos, como podemos utilizar esses conceitos na solução de problemas de física.

Exemplo 1. Durante um certo tempo, sobre duas partículas: uma de massa m voando com velocidade v e outra de massa $2m$ voando com velocidade $2v$, perpendicular à direção da primeira, certa forças atuam iguais em magnitude e direção. No instante em que as forças pararam de atuar, a primeira partícula começou a se mover no sentido oposto com a velocidade $2v$. Com que velocidade a segunda partícula começou a se mover?

Solução: No caso da primeira partícula, o impulso transmitido pela força externa $\vec{F}$, no tempo Δt no qual ela atua, é igual na variação da quantidade de movimento da partícula.

$$\vec{J} = \vec{F}\Delta t = \vec{p}_1 - \vec{p}_{10}. \tag{2}$$

Como a quantidade de movimento inicial, $\vec{p}_{10}$, e final, $\vec{p}_1$, da partícula são dois vetores na mesma direção (sentidos opostos), então a força $\vec{F}$ tem que estar dirigida ao londo dessa mesma direção (em qualquer outro caso a equação (2) não tem sentido geométrico) e no sentido do maior dos vetores de quantidade de movimento. Na Fig 1 representamos as duas partículas: a primeira partícula no sistema vetorial à esquerda, a segunda no sistema vetorial à direita, as quantidades de movimento no instante inicial são vetores vermelhos, no instante final azules. Em ambos os casos os impulsos das forças externas são vetores cinza.

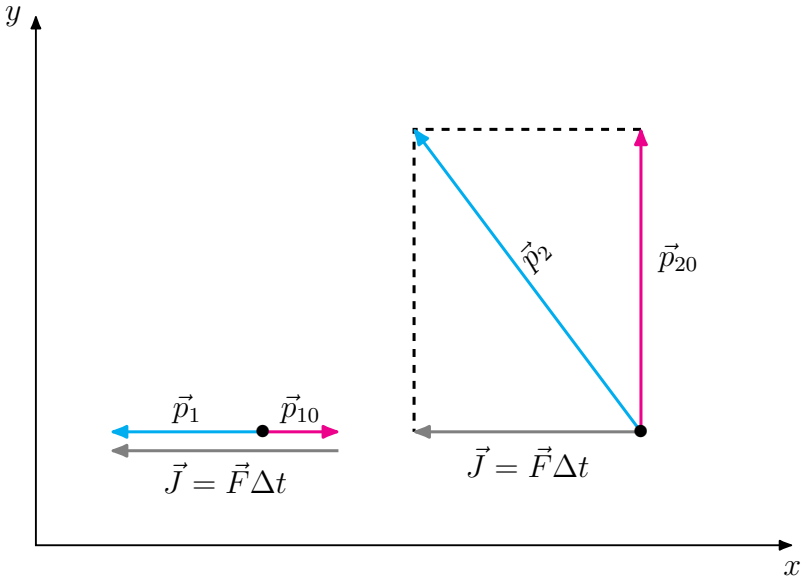

Fig 1

Pelo nosso sistema de referências a equação (2) pode ser escreta em forma escalar como

$$-F\Delta t = -m(2v) - mv \quad \Rightarrow \quad F\Delta t = 3mv. \tag{3}$$

No caso da segunda partícula temos que

$$\vec{J} = \vec{F}\Delta t = \vec{p}_2 - \vec{p}_{20} \quad \Rightarrow \quad (F\Delta t)^2 = p_2^2 - p_{20}^2. \tag{4}$$

Conhecemos que $p_{20} = (2m)(2v) = 4mv$ e $p_2 = (2m)u = 2mu$, onde u é a magnitude da velocidade final da segunda partícula, então pelas equações (3) e (4) obtemos que

$$9m^2v^2 = 4m^2u^2 - 16m^2v^2 \quad \Rightarrow \quad u = \frac{5}{2}v.$$

O problema está quase resolvido, ou seja, conhecemos a magnitude da velocidade da segunda partícula após a força deixar de atuar, mas devemos informar também a direção da velocidade. O ângulo α formado pelo vetor velocidade $\vec{u}$ com a força $\vec{F}$ pode ser achado como

$$\tan(\alpha) = \frac{p_{20}}{F\Delta t} = \frac{4mv}{3mv} = \frac{4}{3} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \arctan\left(\frac{4}{3}\right). \tag{5}$$

Exemplo 2. ao sobrevoar a superfície da Terra, um corpo de massa m passa pelos pontos A e B de sua trajetória e o módulo da variação do seu momento linear é $|\Delta\vec{p}|$. Encontre o tempo de voo entre os pontos A e B. Despreze a resistência do ar.

Solução: Neste problema a única força externa que atua no corpo e a força da gravidade, a qual perto da superfície da Terra pode se considerar constante, ou seja, $\vec{F}_g = m\vec{g}$. Seja que o tempo de voo entre os pontos A e B é τ, então o impulso $\vec{J}$ transmitido pela força da gravidade ao corpo neste tempo será $\vec{J} = m\vec{g}\tau$. Esse impulso é igual à variação da quantidade de movimento linear do corpo, então

$$m\vec{g}\tau = \Delta\vec{p} \quad \Rightarrow \quad mg\tau = |\Delta\vec{p}| \quad \Rightarrow \quad \tau = \frac{|\Delta\vec{p}|}{mg}. \tag{6}$$

Exemplo 3. Um jogador de futebol chuta uma bola com uma força média de $F = 5 \cdot 10^2$ N. A bola, após receber o golpe, é lançada formando um ângulo $\alpha = 45°$ em relação ao horizonte e toca novamente o solo à distância $L = 40$ m. Determine o tempo que levou para chutar a bola. Despreze a resistência do ar. A massa da bola é $m = 0.4$ Kg.

Solução: Durante o chute a bola recebe o impulso $J = F\tau$, onde τ é o tempo que levou para chutar a bola, esse impulso é transformado em quantidade de movimento da bola, então obtemos que a velocidade inicial da bola é

$$F\tau = mv \quad \Rightarrow \quad v = \frac{F\tau}{m}. \tag{7}$$

Conhecemos que a bola descreve uma parábola, após ser chutada, o deslocamento da bola no plano horizontal é

$$L = \frac{v^2}{g}\sin(2\alpha) \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{gL}{\sin(2\alpha)}} \tag{8}$$

Pelas equações (7) e (8) obtemos

$$\frac{F\tau}{m} = \sqrt{\frac{gL}{\sin(2\alpha)}} \quad \Rightarrow \quad \tau = \frac{m}{F}\sqrt{\frac{gL}{\sin(2\alpha)}}. \tag{9}$$

Exemplo 4. Um corpo de massa m colide com velocidade v contra um corpo de massa M em repouso. A força que surge durante a interação dos corpos cresce linearmente durante um tempo τ desde zero até o valor F_0, depois diminui linearmente até desaparecer no mesmo tempo τ. Determine as velocidades dos corpos após a interação, considerando que a colisão foi central.

Solução: Na Fig 2 podemos observar a dependência temporal da força que surge na interação dos corpos de massas m e M. No caso de uma força dependente do tempo, o impulso transmitido pela força é, em magnitude, numericamente igual ao área do baixo a curva $F(t)$ no gráfico com eixos F e t. Em nosso casso a curva (linha azul) é um triangulo com base 2τ e altura F_0, então

$$J = \frac{(2\tau)F_0}{2} = F_0\tau. \tag{10}$$

No caso do corpo de massa M, inicialmente em repouso, o impulso transmitido pela força de interação será traduzido em quantidade de movimento linear, $\vec{p}_M$ do mesmo (uma vez que a interação dos corpos terminar), então

$$J = p_M = Mv_M \quad \Rightarrow \quad v_M = \frac{F_0\tau}{M}. \tag{11}$$

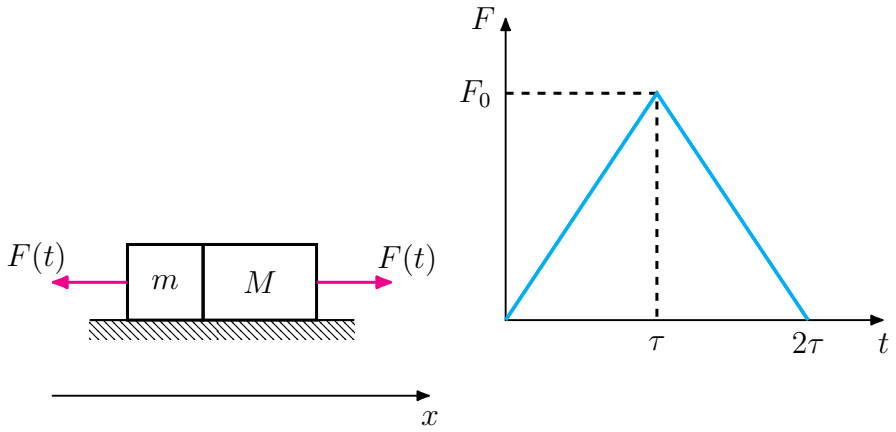

Fig 2

No casso do corpo de massa m, inicialmente com momento linear $m\vec{v}$, o impulso transmitido pela força de interação será o responsável pela variação do estado de movimento do corpo, ou seja

$$\vec{J} = \vec{p}_m - m\vec{v} \quad \Rightarrow \quad -F_0\tau = -mv_m - mv, \tag{12}$$

ou seja que

$$v_m = \frac{F_0\tau}{m} - v. \tag{13}$$