



Programa ICTP-SAIFR de Introdução à Física para Participação em Olimpíadas

Problema da Semana: Capacitância Equivalente

São Paulo | 14 de Julho de 2024.

Problema 1 (1976-08, 365-KBAHT, CCCP)

Encontre a capacitância do sistema de capacitores conectados conforme a Fig 1.

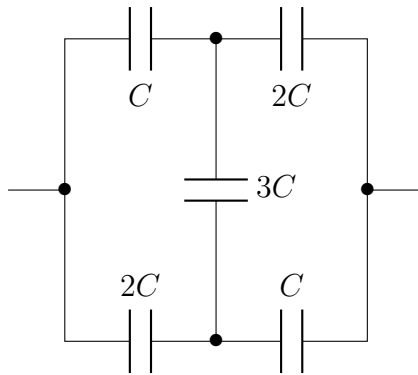


Fig 1. Sistema de capacitores

Solução: Vamos denotar por φ_i e $q_i = C_i\varphi_i$ a tensão e carga no capacitor de capacitância C_i (ver Fig 2). Se este sistema de capacitores estiver conectado a uma bateria com força eletromotriz \mathcal{E} , então a capacidade total do sistema é dada por

$$C_T = \frac{q_1 + q_2}{\mathcal{E}} = \frac{C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2}{\mathcal{E}}. \quad (1)$$

Vamos anotar as relações óbvias (ver Fig. 2):

$$\varphi_1 + \varphi_2 = \mathcal{E}, \quad (2)$$

$$\varphi_4 + \varphi_5 = \mathcal{E}, \quad (3)$$

$$\varphi_1 + \varphi_3 + \varphi_5 = \mathcal{E}. \quad (4)$$

Levando em consideração a polaridade esperada da carga no capacitor C_3 , a lei da conservação da carga, escrita para as áreas selecionadas em cores (ver Fig 2), dá

$$q_1 - q_2 - q_3 = 0 \quad \text{e} \quad q_3 + q_4 - q_5 = 0. \quad (5)$$

Estas equações, após substituir os valores de capacitância correspondentes, são reduzidas para

$$\varphi_1 - 2\varphi_2 - 3\varphi_3 = 0, \quad (6)$$

$$3\varphi_3 + 2\varphi_4 - \varphi_5 = 0. \quad (7)$$

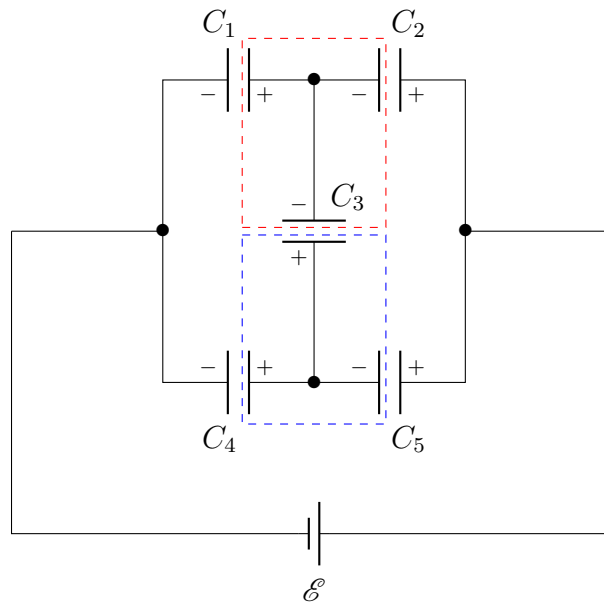


Fig 2. Sistema de capacitores conectado a uma bateria com força eletromotriz \mathcal{E} . Os circuitos descontínuos em azul e vermelho encerram condutores isolados com carga total nula

Resolvendo o sistema de equações (2) - (7), podemos encontrar as tensões φ_1 e φ_2 :

$$\varphi_1 = \frac{5}{9}\mathcal{E} \quad \text{e} \quad \varphi_2 = \frac{4}{9}\mathcal{E} \quad (8)$$

Então, finalmente, de acordo com a expressão (1), temos

$$C_T = \frac{\varphi_1 + 2\varphi_2}{\mathcal{E}}C = \frac{13}{9}C. \quad (9)$$