Programa ICTP-SAIFR de Introdução à Física para Participação em Olimpíadas

Problema da Semana: Fonte em Movimento

São Paulo | 03 de Maio de 2024.

Problema 1
Uma fonte de luz pontual se move paralelamente ao eixo óptico principal de uma lente coletora com distância focal F. A que distância da lente estará no momento em que a velocidade de sua imagem na lente for igual em magnitude à velocidade da fonte? Distância do eixo óptico principal da lente até a fonte $H = F/4$.

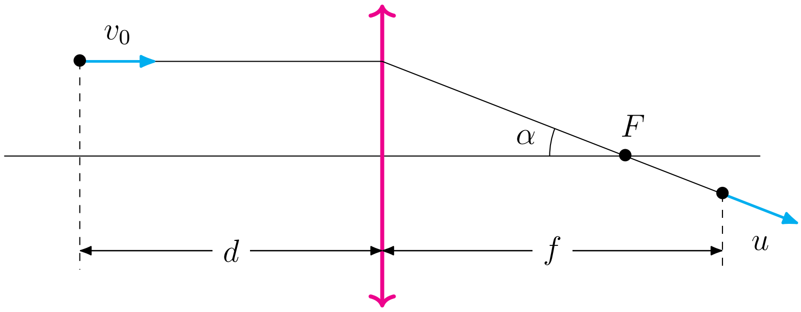

Fig 1. Circuito de fios muito comprido conectados pela resistência R

Solução: Denotando a distância da fonte à lente como d, e a distância da lente à imagem como f, escrevemos a fórmula da lente:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}. \tag{1}$$

Em um período muito curto de tempo Δt, a distância da fonte à lente diminuirá em $\Delta d = v_0 \Delta t$, e da lente à imagem aumentará em $\Delta f = u \cos(\alpha) \cdot \Delta t$. Então temos que

$$\frac{1}{d - v_0 \Delta t} + \frac{1}{f + u \cos(\alpha) \cdot \Delta t} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}, \tag{2}$$

ou seja

$$\frac{v_0 \Delta t}{d^2} = \frac{u \cos(\alpha) \cdot \Delta t}{f^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{v_0}{d^2} = \frac{u \cos(\alpha)}{f^2}. \tag{3}$$

A velocidade da imagem u é igual à velocidade da fonte v_0 em $f_1 = d_1\sqrt{\cos(\alpha)}$. Levando em consideração que $\cos(\alpha) = F/\sqrt{F^2+H^2}$, obtemos

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_1\sqrt{\cos(\alpha)}} = \frac{1}{F}, \tag{4}$$

ou seja que

$$d_1 = F\left[1 + \frac{1}{\sqrt{\cos(\alpha)}}\right] = F\left(1 + \sqrt{1 + \frac{H^2}{F^2}}\right) = F\left(1 + \frac{2}{\sqrt{17}}\right). \tag{5}$$