

Física Além da Sala de Aula (FASA - 2025)

Lista 2: Álgebra de Conjuntos

São Paulo | 9 de abril de 2025.

Problema 1. Demonstre que as igualdades

1) $A \cup B = B,$

2) $A \cap B = A,$

são certas quando e só quando $A \subset B$.

Problema 2. Demonstre que a igualdade $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup C$ é verdadeira se e somente se $A \supset C$.

Problema 3. Demonstre as igualdades:

1) $A \setminus (A \setminus B) = A \cap B.$

2) $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B).$

3) $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C).$

4) $(A \setminus B) \cap C = (A \cap C) \setminus (B \cap C).$

Problema 4. Encontre a relação ($X \subset Y$, $X \supset Y$, $X = Y$) em que estão os seguintes conjuntos:

1) $X = A \cup (B \setminus C), \quad Y = (A \cup B) \setminus (A \cup C).$

2) $X = (A \cap B) \setminus C, \quad Y = (A \setminus C) \cap (B \setminus C).$

3) $X = A \setminus (B \cup C), \quad Y = (A \setminus B) \cup (A \setminus C).$

4) $X = (A \times B) \cup (C \times B), \quad Y = (A \cup C) \times B.$

5) $X = (A \times B) \cup (C \times D), \quad Y = (A \times C) \cup (B \times D).$

Problema 5. Demonstre que se $A \subset C$, $B \subset D$,

$$A \times B = (A \times D) \cap (C \times B).$$

Problema 6. Sejam A e B subconjuntos do conjunto J . Demonstre as igualdades:

1) $(A \cap C_J(B)) \cup (C_J(A) \cap B) = A \Delta B.$

2) $(A \cup B) \cap (C_J(A) \cup C_J(B)) = A \Delta B.$

Problema 7. Seja $A \subset U$, $B \subset U$. Encontre o conjunto $X \subset U$ que satisfaz a equação

$$C_U(X \cup A) \cup (X \cup C_U(A)) = B.$$

Problema 8. Encontre os subconjuntos A e B do conjunto J se é conhecido que para qualquer conjunto $X \subset J$ é verdade a igualdade

$$X \cap A = X \cup B.$$

Problema 9. Seja dado um sistema de conjuntos qualquer A_s , com $s \in \mathbb{N}$.

1) Seja $B_n = \bigcup_{s=1}^n A_s$, $n \in \mathbb{N}$. Demonstre que

$$\bigcup_{s=1}^{\infty} B_s = \bigcup_{s=1}^{\infty} A_s.$$

2) Seja $B_n = \bigcap_{s=1}^n A_s$, $n \in \mathbb{N}$. Demonstre que

$$\bigcap_{s=1}^{\infty} B_s = \bigcap_{s=1}^{\infty} A_s.$$