ICTP | International Centre for Theoretical Physics
SAIFR | South American Institute for Fundamental Research

Física Além da Sala de Aula (FASA - 2025)

Problema da Semana: Expedição Lógica

São Paulo | 5 de Maio de 2025.

Problema 1
Para uma expedição polar de oito candidatos A, B, C, D, E, F, G e H, seis especialistas devem ser escolhidos: biólogo, hidrólogo, sinóptico, radiologista, mecânico e médico. As funções do biólogo podem ser desempenhadas por E e G, as do hidrólogo por B e F. As do sinóptico por F e G, as do operador de rádio por C e D, as do mecânico por C e H, as do médico por A e D. Embora alguns dos pretendentes tenham duas especialidades, na expedição cada um pode desempenhar apenas uma função. Quem e em que capacidade deve ser incluído na expedição se F não pode ir sem B, D sem H e sem C, C não pode ir simultaneamente com G e A não pode ir junto com B?

Solução: Pelo enunciado do problema, podemos ver que cada uma das vagas de especialistas tem apenas dois candidatos, ou seja, a tabela 1 de onde podemos identificar as proposições

Especialidade	candidato 1	candidato 2
biólogo	E	G
hidrólogo	B	F
sinóptico	F	G
radiologista	C	D
mecânico	C	H
médico	A	D

Fig 1

seguintes: $a \equiv$ "A é o médico", $b \equiv$ "B é o hidrólogo", $c_1 \equiv$ "C é o radiologista", $c_2 \equiv$ "C é o mecânico", $d_1 \equiv$ "D é o radiologista", $d_2 \equiv$ "D é o médico", $e \equiv$ "E é o biólogo", $f_1 \equiv$ "F é o hidrólogo", $f_2 \equiv$ "F é o sinóptico", $g_1 \equiv$ "G é o biólogo", $g_2 \equiv$ "G é o sinóptico"e $h \equiv$ "H é o mecânico".

Utilizando a tabela é claro que la proposição composta

$$(e \vee g_1) \wedge (b \vee f_1) \wedge (f_2 \vee g_2) \wedge (c_1 \vee d_1) \wedge (c_2 \vee h) \wedge (a \vee d_2), \tag{1}$$

é identicamente verdadeira. Então, trabalhando na conjunção da segunda e terceira conjunção obtemos

$$(e \vee g_1) \wedge [(b \wedge f_2) \vee (b \wedge g_2) \vee (f_1 \wedge g_2)] \wedge (c_1 \vee d_1) \wedge (c_2 \vee h) \wedge (a \vee d_2), \tag{2}$$

onde utilizamos que $f_1 \wedge f_2 = l$ é uma proposição identicamente falsa. Agora vamos a transformar conjunção da quarta e quinta disjunção na equação (1), de modo que

$$(e \vee g_1) \wedge [(b \wedge f_2) \vee (b \wedge g_2) \vee (f_1 \wedge g_2)] \wedge [(c_1 \wedge h) \vee (d_1 \wedge c_2) \vee (d_1 \wedge h)] \wedge (a \vee d_2). \tag{3}$$

Note agora que

$$\begin{aligned}(e \vee g_1) \wedge [(b \wedge f_2) \vee (b \wedge g_2) \vee (f_1 \wedge g_2)] = (e \wedge b \wedge f_2) \vee (e \wedge b \wedge g_2)\\ \vee (e \wedge f_1 \wedge g_2) \vee (g_1 \wedge b \wedge f_2)\end{aligned} \tag{4}$$

onde utilizamos que $g_1 \wedge g_2 = l$. Do mesmo modo teremos que

$$\begin{aligned}(a \vee d_2) \wedge [(c_1 \wedge h) \vee (d_1 \wedge c_2) \vee (d_1 \wedge h)] = (a \wedge c_1 \wedge h) \vee (a \wedge d_1 \wedge c_2)\\ \vee (a \wedge d_1 \wedge h) \vee (d_2 \wedge c_1 \wedge h)\end{aligned} \tag{5}$$

onde utilizamos que $d_1 \wedge d_2 = l$. Finalmente obtemos que

$$\begin{aligned}&[(e \wedge b \wedge f_2) \vee (e \wedge b \wedge g_2) \vee (e \wedge f_1 \wedge g_2) \vee (g_1 \wedge b \wedge f_2)]\\ &\quad \wedge [(a \wedge c_1 \wedge h) \vee (a \wedge d_1 \wedge c_2) \vee (a \wedge d_1 \wedge h) \vee (d_2 \wedge c_1 \wedge h)] .\end{aligned} \tag{6}$$

Pelo enunciado do problema temos que $a \wedge b = l$ e que $c_k \wedge g_j = l$ com $k \in \{1, 2\}$ e $j \in \{1, 2\}$. Então podemos transformar à equação (6) na forma

$$(e \wedge b \wedge f_2 \wedge d_2 \wedge c_1 \wedge h) \vee (e \wedge f_1 \wedge g_2 \wedge a \wedge d_1 \wedge h) \tag{7}$$

Conhecemos que F e B tem que ir juntos, então é caro que $e \wedge f_1 \wedge g_2 \wedge a \wedge d_1 \wedge h = l$, de modo que $e \wedge b \wedge f_2 \wedge d_2 \wedge c_1 \wedge h = i$, ou seja E é o biólogo, B é o hidrólogo, F é o sinóptico, C é o radiólogo, H é o mecânico e D é o médico.